

**6. Übungsblatt zur Vorlesung  
Höhere Analysis  
Sommersemester 2015**

---

Abgabe: 02.06.2015 in der Vorlesung

---

*Bitte beachten Sie:*

*Die Aufgaben sollen in Zweiergruppen abgegeben werden. Auf jedem Übungszettel müssen die Namen **beider** Gruppenmitglieder stehen. Bitte tackern Sie Ihre Lösungen zusammen.*

**Aufgabe 1 (4 Punkte)**

Prüfen Sie, ob die folgenden Funktionen jeweils ein Fundamentalsystem bilden. Begründen Sie.

(a)

$$y^1(t) = \begin{pmatrix} e^t + e^{-t} \\ e^t - e^{-t} \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} e^t - e^{-t} \\ e^t + e^{-t} \end{pmatrix}$$

(b)

$$y^1(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y^2(t) = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$$

**Aufgabe 2 (2 Punkte)**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichung:

$$y^{(4)} - 4y^{(3)} + 15y'' - 22y' + 10y = 0$$

**Aufgabe 3 (6 Punkte)**

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Differentialgleichungssysteme:

(a)

$$y' = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix} y$$

(b)

$$y' = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} y$$

**Aufgabe 4 (4 Punkte)**

Bestimmen Sie für die Differentialgleichung

$$y' = \lambda y + A_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad \lambda < 0,$$

eine partikuläre Lösung der Form

$$y_b(t) = A \sin(\omega t + \varphi).$$

Wie verhalten sich  $A$  und  $\varphi$  asymptotisch für  $\omega \rightarrow 0$  und  $\omega \rightarrow \infty$ ? Wie lautet die allgemeine Lösung dieser Gleichung? (*Hinweis: Die Funktionen  $\sin(\omega t)$  und  $\cos(\omega t)$  sind linear unabhängig. Bestimmen Sie daher  $A$  und  $\varphi$  in Abhängigkeit von  $\omega$  mittels Koeffizientenvergleich von  $\sin(\omega t)$  und  $\cos(\omega t)$ . Verwenden Sie gegebenenfalls Additionstheoreme, um  $\sin(\omega t + \varphi)$  und  $\cos(\omega t + \varphi)$  aufzulösen.*)