

3. Übungsblatt

GANZZAHLIGE OPTIMIERUNG IM ÖFFENTLICHEN VERKEHR
 Ralf Borndörfer, Christian Liebchen, Marc Pfetsch

U3

1. Aufgabe: Seien C_1, \dots, C_ν orientierte einfache Kreise eines gerichteten Graphen D und sei $G(D)$ der D zu Grunde liegende ungerichtete Graph. Weiters sei $|C_i|$ die Projektion von C_i auf $G(D)$.

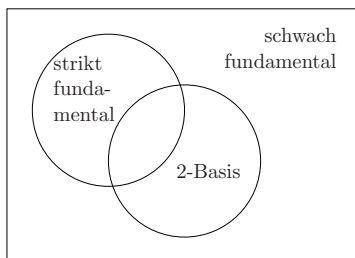
Zeige: Wenn $|C_1|, \dots, |C_\nu|$ eine Kreisbasis von $G(D)$ ist, dann ist C_1, \dots, C_ν eine Kreisbasis von D .

2. Aufgabe:

(a) Sei ein eingebetteter planarer Graph G gegeben. Gib eine Charakterisierung für alle 2-Basen von G an.

(b) Gelingt es dir, den Satz von MacLane (1937) zu beweisen?
 Ein Graph ist genau dann planar, wenn er eine 2-Basis besitzt.

3. Aufgabe: Zeige, dass die in dem folgenden Venn-Diagramm angegebenen Implikationen für Kreisbasen gültig sind und dass keine Region leer ist.



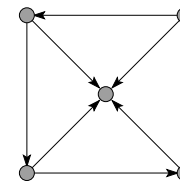
4. Aufgabe: Der planare Gittergraph $G_{N,N}$ hat die Knotenmenge $V = \{(i, j) \mid i, j \in \{1, \dots, N\}\}$ und die Kantenmenge $E = \{\{(i_1, j_1), (i_2, j_2)\} \mid |i_2 - i_1| + |j_2 - j_1| = 1\}$. Es gilt insbesondere $n = N^2$, $m = 2N(N - 1)$ und $\nu = (N - 1)^2$.

(a) Was ist die kürzeste strikt fundamentale Kreisbasis, die du für $G_{7,7}$ konstruieren kannst?

(b) Und für $G_{8,8}$?

(c) Und allgemein für $G_{N,N}$??

5. Aufgabe: Betrachte den folgenden ungewichteten gerichteten planaren Graphen D .

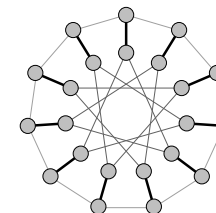


(a) Gib eine nicht-ganzzahlige Kreisbasis B für D an.

Hinweis: Betrachte auch Kreise der Länge fünf. . .

(b) Gib einen periodischen Spannungsvektor x (beispielsweise zur Taktzeit $T = 60$) an, der die cycle periodicity property für alle Kreise aus B erfüllt, jedoch für keinen anderen Kreis in D .

6. Aufgabe: Berechne für eine beliebige Orientierung des folgenden gewichteten ungerichteten Graphen die eindeutige minimale Kreisbasis und weise nach, dass diese nicht ganzzahlig ist.



Kanten	Gewicht
fett	12
dunkelgrau	5
hellgrau	4