Freie Universität Berlin
FB Mathematik und Informatik

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
B. Sc. Stephan Schwartz

Diskrete Mathematik I (SS 2013)

Übungsblatt 6

Abgabe: Di, 21. Mai 2013, 12:00 **im Fach von S. Schwartz (Arnimallee 3)**

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Betrachten Sie die beiden folgenden Graphen G_1 und G_2:

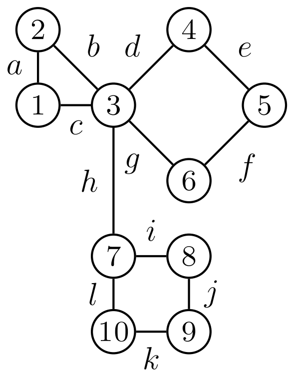

Abb. 1: Graph G_1

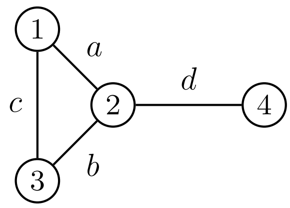

Abb. 2: Graph G_2

a) Was ist das Zirkuitsystem des graphischen Matroids von G_1?

b) Was ist das Zirkuitsystem des cographischen Matroids von G_1?

c) Was ist das Basissystem des graphischen Matroids von G_2?

d) Was ist das Basissystem des cographischen Matroids von G_2?

Aufgabe 2. **10 Punkte**

Geben Sie die Zirkuit- und Basissysteme sowie die Rangfunktion der folgenden Matroide an:

a) Cographisches Matroid

b) Uniformes Matroid

c) Partitionsmatroid.

Aufgabe 3. **10 Punkte**

Sei $G = (V, E)$ ein Graph und $\mathcal{I}$ das Unabhängigkeitssystem der stabilen Mengen in G.

a) Stellen Sie $\mathcal{I}$ als Durchschnitt von Matroiden auf V dar, d.h. $\mathcal{I} = \bigcap_{i=1}^{k} \mathcal{I}_i$ für geeignet konstruierte Matroide $\mathcal{I}_i$, $i = 1, \ldots, k$. Tipp: Es geht mit $k = |E|$ Matroiden.

b) Zeigen Sie, dass sich jedes Unabhängigkeitssystem als Durchschnitt von Matroiden darstellen lässt.

Aufgabe 4. **10 Punkte**

Betrachten Sie den folgenden Greedy-Algorithmus zur Bestimmung einer gewichtsminimalen Basis in einem Unabhängigkeitssystem.

Alg. 1: Greedy-Algorihmus zur Bestimmung einer gewichtsminimalen Basis.

Input : $M = [n], c \in \mathbb{R}^n, \mathcal{I}$ gegeben durch Unabhängigkeitsorakel
Output: Basis $B \in \mathcal{B}$
Sortiere M, so dass $c_1 \leq \cdots \leq c_n$
$B \leftarrow \emptyset$
for $i = 1, \ldots, n$ **do**
    if $B \cup \{i\} \in \mathcal{I}$ **then**
        $B \leftarrow B \cup \{i\}$
    end
end

Konstruieren Sie ein Beispiel das zeigt, dass dieser Algorithmus bei allgemeinen Unabhängigkeitssystemen beliebig schlechte Ergebnisse erzielen kann.