

## Diskrete Mathematik I (SS 2013)

### Übungsblatt 7

Abgabe: Mo, 27. Mai 2013, 12:00 im Fach von S. Schwartz (Arnimallee 3)

#### Aufgabe 1.

10 Punkte

Beweisen oder widerlegen Sie: Dijkstras Algorithmus funktioniert auch für negative Kantengewichte.

#### Aufgabe 2.

10 Punkte

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus von Ford zur Bestimmung eines kürzesten  $st$ -Weges (tatsächlich eines Kürzeste-Wege-Baumes mit Wurzel  $s$ ) in einem Graphen mit nichtnegativen ganzzahligen Kantenlängen. Zeigen Sie:

- a) Algorithmus 1 funktioniert.
- b) Welche Laufzeit hat Algorithmus 1 auf dem Graphen in Abb. 1 mit Startknoten  $s$  und Zielknoten  $t = 1$ ? Geben Sie einen möglichst ungünstigen Fall an. Ist diese Laufzeit polynomial?

---

**Algorithmus 1:** Kürzeste-Wege-Algorithmus von Ford.

---

**Input** :  $G = (V, E)$ ,  $c \in \mathbb{N}_0^E$ ,  $s, t \in V$ .

**Output:**  $d(v) = \text{dist}_c(s, v) \quad \forall v \in V$ .

```

1  $d(s) \leftarrow 0, d(v) \leftarrow \infty \quad \forall v \in V \setminus \{s\}$ 
2 while  $\exists uv \in E : d(u) + c_{uv} < d(v)$  do
3   |  $d(v) \leftarrow d(u) + c_{uv}$ 
4 end
    
```

---

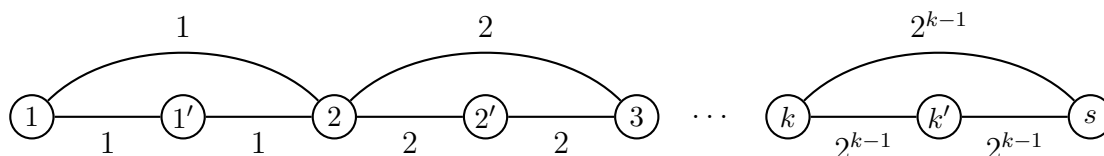


Abb. 1: Graph  $G$

**Aufgabe 3.****10 Punkte**

Gibt es einen polynomialen Algorithmus, um in einem Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten einen ungeraden Kreis (mit einer ungeraden Anzahl an Knoten = mit einer ungeraden Anzahl an Kanten) minimaler Länge zu finden?

**Aufgabe 4.****10 Punkte**

Sei  $x$  ein zulässiger Fluss in einem Netzwerk  $N = (V, A, c, s, t)$ . Zeigen Sie:

- a)  $\partial x(v) = 0$  für alle  $v \in V \setminus \{s, t\}$
- b)  $\partial x(W) = \partial x(s)$  für alle  $W \subseteq V$ ,  $s \in W, t \notin W$
- c)  $\partial x(s) = -\partial x(t)$ .

**Aufgabe 5.****10 Punkte (freiwillige Zusatzaufgabe)**

Implementieren Sie den Algorithmus von Dijkstra und bestimmen Sie für das Problem von Blatt 3, Aufgabe 1 Kürzeste-Wege-Bäume mit Wurzel i) Utrecht, ii) Amsterdam, iii) Schiphol und iv) Den Haag (The Hague).

**Hinweise:** Die Liste der Kantengewichte finden Sie auf der Webseite in der Datei `times.dat`. Verwenden Sie eine geeignete Datenstruktur für die Speicherung des Graphen und den Aufbau des Baumes. Der Algorithmus von Dijkstra ist fast identisch mit dem Algorithmus von Prim.

**Abgabetermin** für diese Aufgabe ist Mo, der 03. Juni 2013 um 12:00. Schicken Sie den Sourcecode ihrer Lösung, wenn möglich in Java, per Email an `schwartz@zib.de`.