

Diskrete Mathematik I (SS 2013)

Übungsblatt 7

Abgabe: Mo, 27. Mai 2013, 12:00 im Fach von S. Schwartz (Arnimallee 3)

Aufgabe 1.

10 Punkte

Beweisen oder widerlegen Sie: Dijkstras Algorithmus funktioniert auch für negative Kantengewichte.

Aufgabe 2.

10 Punkte

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus von Ford zur Bestimmung eines kürzesten st -Weges (tatsächlich eines Kürzeste-Wege-Baumes mit Wurzel s) in einem Graphen mit nichtnegativen ganzzahligen Kantenlängen. Zeigen Sie:

- a) Algorithmus 1 funktioniert.
- b) Welche Laufzeit hat Algorithmus 1 auf dem Graphen in Abb. 1 mit Startknoten s und Zielknoten $t = 1$? Geben Sie einen möglichst ungünstigen Fall an. Ist diese Laufzeit polynomial?

Algorithmus 1: Kürzeste-Wege-Algorithmus von Ford.

Input : $G = (V, E)$, $c \in \mathbb{N}_0^E$, $s, t \in V$.

Output: $d(v) = \text{dist}_c(s, v) \quad \forall v \in V$.

```

1  $d(s) \leftarrow 0, d(v) \leftarrow \infty \quad \forall v \in V \setminus \{s\}$ 
2 while  $\exists uv \in E : d(u) + c_{uv} < d(v)$  do
3   |  $d(v) \leftarrow d(u) + c_{uv}$ 
4 end
    
```

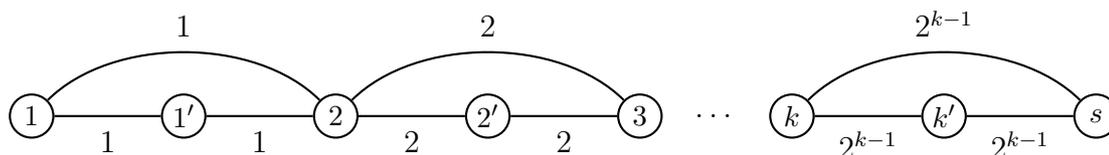


Abb. 1: Graph G

Aufgabe 3.**10 Punkte**

Gibt es einen polynomialen Algorithmus, um in einem Graphen mit nichtnegativen Kantengewichten einen ungeraden Kreis (mit einer ungeraden Anzahl an Knoten = mit einer ungeraden Anzahl an Kanten) minimaler Länge zu finden?

Aufgabe 4.**10 Punkte**

Sei x ein zulässiger Fluss in einem Netzwerk $N = (V, A, c, s, t)$. Zeigen Sie:

- a) $\partial x(v) = 0$ für alle $v \in V \setminus \{s, t\}$
- b) $\partial x(W) = \partial x(s)$ für alle $W \subseteq V, s \in W, t \notin W$
- c) $\partial x(s) = -\partial x(t)$.

Aufgabe 5.**10 Punkte (freiwillige Zusatzaufgabe)**

Implementieren Sie den Algorithmus von Dijkstra und bestimmen Sie für das Problem von Blatt 3, Aufgabe 1 Kürzeste-Wege-Bäume mit Wurzel i) Utrecht, ii) Amsterdam, iii) Schiphol und iv) Den Haag (The Hague).

Hinweise: Die Liste der Kantengewichte finden Sie auf der Webseite in der Datei `times.dat`. Verwenden Sie eine geeignete Datenstruktur für die Speicherung des Graphen und den Aufbau des Baumes. Der Algorithmus von Dijkstra ist fast identisch mit dem Algorithmus von Prim.

Abgabetermin für diese Aufgabe ist Mo, der 03. Juni 2013 um 12:00. Schicken Sie den Sourcecode ihrer Lösung, wenn möglich in Java, per Email an `schwartz@zib.de`.