

Diskrete Mathematik I (SS 2013)

Übungsblatt 12

Abgabe: Mo, 01. July 2013, 12:00 im Fach von S. Schwartz (Arnimallee 3)

Aufgabe 1.

10 Punkte

- a) Zeigen Sie, dass die Catalanzahlen C_n für alle $n \in \mathbb{N}$ der folgenden Rekursionsgleichung genügen:

$$C_n = \sum_{k=1}^n C_{k-1} C_{n-k}.$$

- b) Wie viele Möglichkeiten T_n , $n \in \mathbb{N}_0$, gibt es, ein konvexes $n + 2$ -Eck zu triangulieren, d.h. rekursiv zwei (noch nicht benachbarte) Ecken miteinander zu verbinden, bis nur noch Dreiecke übrig sind? Hinweis: Nummerieren Sie die Ecken im Uhrzeigersinn als $a, b, 1, \dots, n$ und betrachten Sie die Dreiecke abk , $k = 1, \dots, n$.

Aufgabe 2.

10 Punkte

Eine Strecke der Länge 1 sei in einen größeren Teil a und einen kleineren Teil $1 - a$ aufgeteilt. Wie groß ist a , wenn der Verhältnis von a zur Gesamtstrecke gleich dem Verhältnis von $1 - a$ zu a ist? (a heisst Teilungsverhältnis der goldenen Schnitts).

Aufgabe 3.

10 Punkte

Lösen Sie die folgende Rekursion mit Hilfe der erzeugenden Funktion:

$$a_n = \sum_{k=0}^{n-1} a_k + [n = 0], \quad n \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 4.

10 Punkte

Lösen Sie die folgende inhomogene lineare Rekursion:

$$a_n = a_{n-2} + 4n, \quad n \geq 2, \quad a_0 = 0, a_1 = 5.$$