Freie Universität Berlin
FB Mathematik und Informatik

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
M.Sc. math. Stephan Schwartz

Diskrete Optimierung im Verkehr (WS 2014)

Übungsblatt1

Abgabe: Fr, 24. Oktober 2014, in der Übung

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Zeigen Sie, dass die Zuordnungsmethode zur Lösung von Umlaufplanungsproblemen den korrekten Fahrzeugbedarf liefert, wenn es keine ganz im Betrachtungszeitraum liegenden Fahrten gibt.

Aufgabe 2. **10 Punkte**

Sei F eine Menge von *Fahrten* (s_f, t_f) mit Anfangszeiten $s_f \in \mathbb{R}$ und Endzeiten $t_f \in \mathbb{R}$ $(s_f < t_f)$, sowie A eine Menge möglicher *Leerfahrten* (t_f, s_g); wir sagen, dass die Leerfahrt (t_f, s_g) die Fahrten f und g *verknüpft* und dass dann g die *Folgefahrt* von f ist. Ein *Matching* (von Fahrten) ist eine Teilmenge $M \subseteq A$ von Leerfahrten, so dass jede Fahrt höchstens eine Folgefahrt hat. Eine Fahrt, ihre Folgefahrt, deren Folgefahrt usw. (solange vorhanden), bilden eine *Fahrtenkette*. Die minimale Anzahl an (maximalen) Fahrtenketten ist der *Fahrzeugbedarf*.

a) Wenn $A \subseteq \{(t_f, s_g) : t_f < s_g, f, g \in F\}$ gilt, d.h., wenn die Leerfahrten in der Zeit vorwärtszeigen, dann ist der Fahrzeugbedarf $|F| - \max|M|$.
b) Wenn $A \subseteq \{(t_f, s_g) : f, g \in F\}$ gilt, d.h., wenn Leerfahrten auch "in die Vergangenheit" zeigen dürfen, dann gilt das nicht.
c) Was kann man mit a) über die Lösung von Umlaufplanungsproblemen sagen?

Aufgabe 3. **10 Punkte**

Ein *bipartites Matchingproblem* ist durch einen bipartiten Graphen $G = (A \dot\cup B, E)$ mit Kantengewichten $w_e \in \mathbb{R}$ gegeben, $e \in E$. Eine Teilmenge $M \subseteq E$ heißt *Matching*, wenn keine zwei Kanten aus M einen gemeinsamen Knoten enthalten. Ein *inklusionsmaximales Matching* enthält eine maximale Anzahl an Kanten $|M| = \sum_{e \in M} 1$, ein gewichtsmaximales Matching hat maximales Gewicht $\sum_{e \in M} w_e$.

a) Angenommen, Sie können gewichtsmaximale Matchings berechnen. Wie kann man damit ein inklusionsmaximales Matching mit minimalem Gewicht berechnen?
b) Was bedeutet das für die Umlaufplanung in Bezug auf Kosten?

Aufgabe 4. **Präsenzübung**

Am zentralen Omnibusbahnhof (ZOB) in Dingenskirchen seien die Ankunfts- und Abfahrtszeiten der Fernbuslinien des Unternehmens "Hin und weg" wie in Tab. 1 gegeben.

Es sollen Anschlussfahrten so gewählt werden, dass die Summe der quadratischen Aufenthaltszeiten am ZOB minimal ist. Diese Aufgabe soll mit Hilfe des *ungarischen Algorithmus* gelöst werden, einem klassischen Algorithmus, um gewichtete Zuordnungsprobleme (= bipartite Matchingprobleme) zu lösen. Dieser sollte aus vorangegangenen Vorlesungen bekannt sein.

a) Vervollständige die Matrix der quadrierten Aufenthaltszeiten in Tab. 2
b) Wende den ungarischen Algorithmus an, um die optimale Zuordnung von ankommenden Linien zu abfahrenden Linien zu ermitteln.

Aufgabe 5. **Präsenzübung**

Löse das durch die Matrix in Tab.3 gegebene Zuordnungsproblem.

Aufgabe 6. **Präsenzübung**

Löse die Probleme aus den Aufgaben 4 und 5 mit ganzzahliger Programmierung unter Verwendung der Programme `zimpl` und `scip`.

a) Formuliere das Assignmentproblem als ganzzahliges lineares Programm (IP).
b) Übertrage dieses IP in ein `zimpl`-Modell.
c) Löse das Modell aus Aufgabe 5 mit `scip`.
d) Löse das Modell aus Aufgabe 4 mit `scip`.

an		ab	
Linie	Zeit	Linie	Zeit
1	14:03	1	14:45
3	14:10	2	15:08
4	14:22	3	14:40
7	14:15	6	15:00
9	13:55	8	14:50

Tabelle 1: Ankunfts- & Abfahrtszeiten

an \ ab	1	2	3	6	8
1	1764	4225	1369		2209
3	1225	3364	900	2500	1600
4		2116	324	1444	784
7	900		625	2025	
9	2500	5329			3025

Tabelle 2: Aufenthaltszeiten

8	7	9	9
5	2	7	8
6	1	4	9
2	3	2	6

Tabelle 3: Zuordnungsproblem

Tabelle 4: Ungarischer Algorithmus

Tabelle 5: Ungarischer Algorithmus

Tabelle 6: Ungarischer Algorithmus

Tabelle 7: Ungarischer Algorithmus