FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
FB MATHEMATIK UND INFORMATIK

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
M.Sc. math. Stephan Schwartz

Diskrete Optimierung im Verkehr (WS 2014)

Übungsblatt 4

Abgabe: Fr, 14. November 2014, in der Übung

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Übertrage Satz 7.2 aus der Vorlesung auf Optimierungsprobleme der Form

$$(P) \quad \min c^\top x, \quad Dx \geq d, \quad x \in X,$$

wobei $D \in \mathbb{R}^{m\times n}$, $d \in \mathbb{R}^m$, und $X \subseteq \mathbb{R}^n$ abgeschlossen ist (Lagrangerelaxierung von Ungleichungen).

Aufgabe 2. **10 Punkte**

Zeige: Sei $f : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}$ konkav und diff'bar in $\lambda_0 \in \mathbb{R}^m$. Dann ist $\partial f(\lambda_0) = \{f'(\lambda_0)\}$.

Aufgabe 3. **3+4+3 Punkte**

Betrachte das lineare Programm

$$\begin{array}{llcccccc}
\text{(LP)} & \min & x_1 & + & x_2 & & \\
\text{(i)} & & x_1 & + & x_2 & = & -2 \\
\text{(ii)} & & x_1, & & x_2 & \leq & 1 \\
\text{(iii)} & & x_1, & & x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

und seine Lagrange-Relaxierung (LP) bzgl. Gleichung (i).

a) Berechne die Lagrangefunktion f.
b) Zeige, dass das Maximum von f ungleich dem Optimalwert von (LP) ist.
c) Wie ist das möglich, wo (LP) doch ein LP ist?

Aufgabe 4. **4+4+2 Punkte**

Betrachte das folgende ganzzahlige Optimierungsproblem:

$$\begin{array}{llcccccc}
\text{(P)} & \min 4x_1 & + & x_2 & + & x_3 & & \\
\text{(i)} & x_1 & + & x_2 & & & = & 1 \\
\text{(ii)} & & & x_2 & - & x_3 & = & 0 \\
\text{(iii)} & 2x_1 & + & 4x_2 & + & 4x_3 & \leq & 5 \\
\text{(iv)} & x_1, & & x_2, & & x_3 & \in & \{0,1\}
\end{array}$$

a) Berechne den Optimalwert und die Optimallösung der Lagrange-Relaxierung von (P) bzgl. (iii).
b) Berechne den Optimalwert und die Optimallösung der Lagrange-Relaxierung von (P) bzgl. (i)–(ii).
c) Warum sind die Werte unterschiedlich und welche Relaxierung ist besser?