Freie Universität Berlin
FB Mathematik und Informatik

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
M.Sc. math. Stephan Schwartz

Diskrete Optimierung im Verkehr (WS 2014)

Übungsblatt 7

Abgabe: Fr, 05. Dezember 2014, in der Übung

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Die folgende Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

definiere die Nebenbedingungen eines Set Partitioning Problems. Bei genauer Betrachtung kann man erkennen, dass einige der Variablen 0 oder 1 sein müssen. Reduziere die Matrix durch dieses *Preprocessing* so weit wie möglich.

Aufgabe 2. **5+5+5* Punkte**

Die Optimierungsprobleme

$$\max c^{\mathrm{T}}x, Ax \le 1, x \in \{0,1\}^n \quad \text{und} \quad \min c^{\mathrm{T}}x, Ax \ge 1, x \in \{0,1\}^n$$

heissen *Set Packing Problem* und *Set Covering Problem*.

a) Transformiere das Set Packing Problem in das Set Partitioning Problem.
b) Transformiere das Set Partitioning Problem in das Set Covering Problem.
c) Transformiere das Set Covering Problem in das Set Packing Problem.

Aufgabe 3. **2+3+2+3 Punkte**

Eine Knotenmenge $S \subseteq V$ in einem Graphen $G = (V, E)$ heisst *stabile Menge*, wenn keine zwei Knoten aus S benachbart sind, S heisst *Clique*, wenn alle Knoten benachbart sind. Zeige:

a) Eine stabile Menge in einem Graphen ist eine Clique im Komplementgraphen.
b) Wenn S eine stabile Menge ist, dann ist $V \setminus S$ eine Knotenüberdeckung (aller Kanten).
c) Das Problem, eine stabile Menge maximalen Gewichtes in einem Graphen zu finden, ist ein Set Packing Problem.
d) Jedes Set Packing Problem ist ein stabile Mengen Problem.

Aufgabe 4. **10 Punkte**

In einem Dienstplanungsproblem müssen die Fahrer nach höchstens 270 Minuten Lenkzeit eine Pause von mindestens 30 Minuten machen. Nach der Pause sind höchstens noch weitere 270 Minuten Lenkzeit erlaubt. Die gesamte Lenkzeit darf 480 Minuten nicht überschreiten. Modelliere diese Regeln mit Hilfe von linearen Resourcenbedingungen in einem geeigneten Dienstplanungsgraphen.

Aufgabe 5. **Präsenzübung**

Für ein Dienstplanungsproblem sind Dateien mit Daten für drei Tage gegeben: Samstag (`dsp1-sa`), Freitag (`dsp1-fr`) und Donnerstag (`dsp1-th`). In diesen Dateien sind die Zielfunktionskoeffizienten und die Indizes der Nichtnulleinträge der Spalten im Format `c obj col` und `r row col` aufgelistet, wobei `row` und `col` natürliche Zahlen sind und `obj` eine Fließkommazahl.

a) Implementiere mit `Zimpl` ein Set Covering Modell.
b) Löse das Modell mit `SCIP`.
c) Vergleiche die Lösungen der LP-Relaxierungen mit den IP-Lösungen.
d) Löse die Set Partitioning Varianten der Instanzen.

Aufgabe 6. **Präsenzübung**

Eine 0/1-Matrix A hat die *consecutive ones*-Eigenschaft, wenn jede Zeile die Form $(0,\ldots,0,1,\ldots,1,0\ldots,0)$ hat. Zeige, dass eine consecutive ones-Matrix total unimodular ist.

Aufgabe 7. **Präsenzübung**

In einem Dienstplanungsproblem gibt es eine sehr komplizierte Dienstart k_0, die durch ein Orakel verifiziert wird, d.h. ein Programm, das für einen gegebenen Dienst st-Pfad p in einem Dienstplanungsgraphen D entscheidet, ob p ein zulässiger Dienst der Dienstart k_0 ist (1) oder nicht (0). Kann man das Pricing-Problem für Dienstart k_0 als resourcenbeschränktes Kürzeste-Wege-Problem (möglicherweise mit sehr vielen Resourcen) modellieren?