

## Diskrete Optimierung im Verkehr (WS 2014)

### Übungsblatt 9

Abgabe: Fr, 19. Dezember 2014, in der Übung

#### Aufgabe 1.

10 Punkte

Zeige, dass ein Digraph genau dann azyklisch ist, wenn es eine topologische Sortierung  $v_1, \dots, v_n$  der Knoten gibt (d.h. aus  $v_i v_j \in A$  folgt  $i < j$ ).

#### Aufgabe 2.

10 Punkte

Führe das Constraint Shortest Path-Problem auf ein gewöhnliches Kürzeste-Wege-Problem in einem geeigneten (möglicheweise sehr großen) Graphen zurück.

#### Aufgabe 3.

10 Punkte

In einem Digraphen mit Längen  $c_a \in \mathbb{R}_{\geq 0}$  und Wahrscheinlichkeiten  $q_a \in [0, 1]$  für jeden Bogen  $a \in A$  wird ein kürzester Weg mit Wahrscheinlichkeit  $\prod_{a \in p} q_a \leq Q$  gesucht,  $Q \in [0, 1]$ . Formuliere dieses Problem als Constraint Shortest Path-Problem.

#### Aufgabe 4.

10 Punkte

Sei  $D = (V, A)$  ein Digraph mit nichtnegativen ganzzahligen Bogengewichten  $c_a$  für jeden Bogen  $a \in A$ ,  $s, t \in V$ ,  $s \neq t$ , zwei Knoten und  $k \in \mathbb{N}$  eine natürliche Zahl.

- Ist es NP-hart, einen kürzesten  $st$ -Pfad mit höchstens  $k$  Bögen zu berechnen?
- Ist es NP-hart, einen kürzesten  $st$ -Pfad mit genau  $k$  Bögen zu berechnen?
- Ist es NP-hart, einen kürzesten  $st$ -Pfad mit mindestens  $k$  Bögen zu berechnen?
- Wie lauten die Antworten zu a)–c) für  $st$ -Ketten?

#### Aufgabe 5.

Präsenzübung

Betrachte den Graphen des niederländischen Intercity-Netzes in Abb. 1 mit Kanten, Kosten und Fahrzeiten `edges.dat`, `costs.dat` und `times.dat`.

- Formuliere das Constraint Shortest Path-Problem als ganzzahliges Programm.
- Implementiere Dein Modell aus a) in `Zimpl`.
- Berechne mit der Implementation aus b) den fahrzeitminimalen Weg von Groningen nach Rotterdam und zeichne ihn in Abb. 1 ein.
- Wie c) mit Kosten  $\leq 20.000$ .
- Wie d) ohne Ganzzahligkeit.
- Wie c) mit Kosten  $\geq 20.000$ .
- Wie c) mit mindestens 5 Kanten.
- Wie c) mit mindestens 11 Kanten.

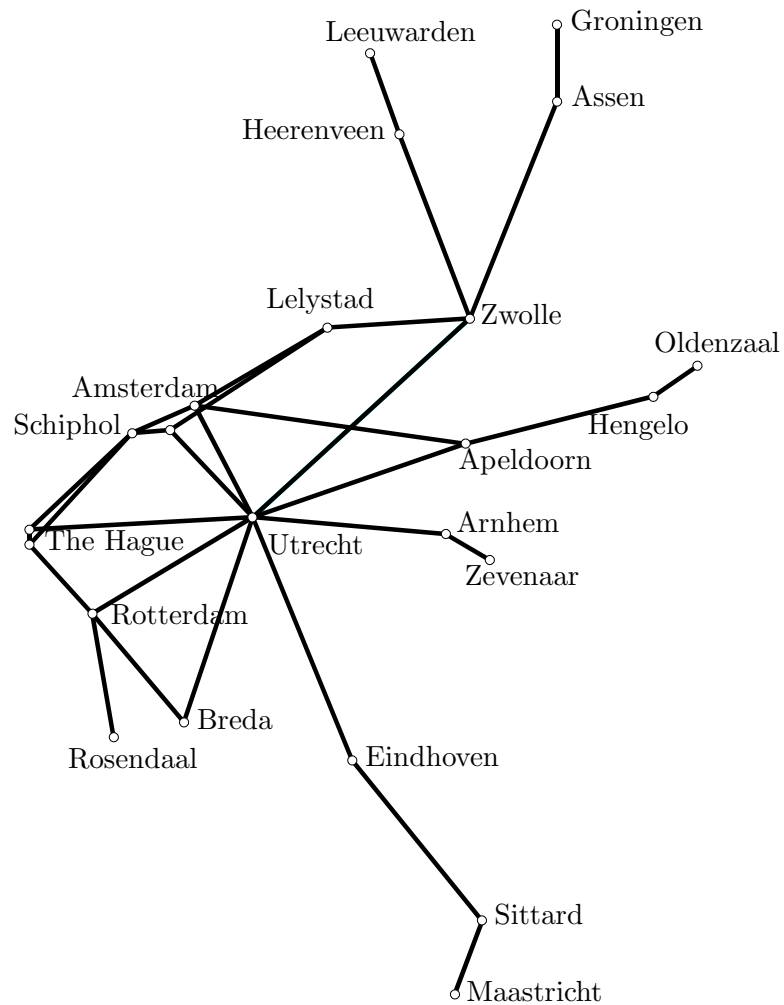


Abbildung 1: Das niederländische Intercity-Netz nach M. Bussieck.

Die Namen der Stationen werden wie folgt abgekürzt:

Ah	Arnhem	Lls	Lelystad Centrum
Apd	Apeldoorn	Lw	Leeuwarden
Asd	Amsterdam CS	Mt	Maastricht
Asdz	Amsterdam Zuid WTC	Odzg	Oldenzaal Grens
Asn	Assen	Rsdg	Rosendaal Grens
Bd	Breda	Rtd	Rotterdam CS
Ehv	Eindhoven	Shl	Schiphol
Gn	Groningen	Std	Sittard
Gv	Den Haag HS	Ut	Utrecht CS
Gvc	Den Haag CS	Zl	Zwolle
Hgl	Hengelo	Zvg	Zevenaar Grens
Hr	Heerenveen		