FREIE UNIVERSITÄT BERLIN
FB MATHEMATIK UND INFORMATIK

Prof. Dr. Ralf Borndörfer
M.Sc. math. Stephan Schwartz

Diskrete Optimierung im Verkehr (WS 2014)

Übungsblatt 12

Abgabe: Fr, 30. Januar 2015, in der Übung

Aufgabe 1. **10 Punkte**

Zeige, dass der durchschnittliche Knotengraph in jedem inklusionsminimalen Steinerbaum mit n Knoten höchstens $2 - 1/n$ ist.

Aufgabe 2. **10 Punkte**

Zeige, dass das Steinerzusammenhangsproblem (SZP) sogar für $T = V$ NP-hart ist. Hinweis: Reduziere das Set Covering Problem auf das Steinerzusammenhangsproblem.

Aufgabe 3. **5+5 Punkte**

Zeige folgende Aussagen im Zusammenhang mit dem Steinerzusammenhangsproblem (SZP):

a) Wenn der Nachfragegraph $H = (V_O, \operatorname{supp} D)$ zusammenhängend ist, dann ist für jede inklusionsminimale Lösung L^* der Graph

$$(\{v \in V : \exists \ell \in L : v \in L\}, \{e \in E : \exists \ell \in L : e \in L\})$$

zusammenhängend.

b) Die inklusionsminimalen T-trennenden Pfadmengen sind genau die inklusionsminimalen T-Pfadschnitte.

Aufgabe 4. **10 Punkte**

Betrachte das Steinerzusammenhangsproblem in einem Graphen $G = (V, E)$ mit Linien L und Kosten $c \in \mathbb{Q}^L_{\geq 0}$ im 2-Terminalfall, d.h. im Fall $T = \{s, t\}$. Konstruiere einen Multigraphen $G' = (V, E')$ mit Kantenmultimenge

$$\{\{uv : \exists \ell \in L : u, v \in \ell\}\};$$

für jede so konstruierte Kante sei $\ell(e) := \ell$ und $c_e := c_\ell$. Zeige folgende Aussage: Wenn $p = (v_0 = s, \ldots, v_k = t)$ ein kürzester st-Weg ist, dann ist $L^* := \{\ell(v_0v_1), \ldots, \ell(v_{k-1}v_k)\}$ eine kostenminimale st-verbindende Linienmenge.

Aufgabe 5. **Präsenzübung**

Entwickle ein *Linienplanungsmodell zur Maximierung von Direktfahrern* in Anlehnung an Bussieck, Kreuzter & Zimmermann [1997]. Dazu nehmen wir an, dass die Passagierrouten bereits festgelegt sind (wir nehmen an, dass die Passagiere ihre

Routen aufrund der Topologie der Infrastruktur wählen, und nicht aufgrund der Topologie der Linien). Durch diesen sogenannten *System Split* ergibt sich pro Kante $e = uv$ ein vom Linienplan unabhängiges Passagiervolumen

$$\rho_e = \max\left\{\sum_{p \ni a(uv)} x_p, \sum_{p \ni \bar{a}(uv)} x_p\right\}.$$

Aus einer Kapazität von $\kappa = \kappa_\ell$ für alle Linien $\ell \in L$ ergibt sich eine Mindestbedienfrequenz auf Kante e von

$$\underline{\Lambda}_e := \lceil \rho_e / \kappa \rceil.$$

Das Modell versucht unter diesen Umständen die Anzahl der Direktfahrer

$$\sum_{st} \sum_{\ell \in L} y_{\ell st}$$

zu maximieren, die ohne Umsteigen ihr Ziel erreichen können; dabei sei $y_{\ell st}$ die Anzahl der st-Direktfahrer auf Linie ℓ.

a) Formuliere ein ganzzahliges Programm für das Linienplanungsproblem zur Maximierung der Direktfahrer.

b) Implementiere Dein Modell in `Zimpl` für das holländische ICE-Netz. Das Infrastrukturnetz ist in den Dateien `nodes.dat` und `edges.dat` gegeben, der Linienpool in der Datei `lines.dat`, das Passagiervolumen pro Kante und die Nachfragematrix in den Dateien `load.dat` und `od.dat`. Ein ICE hat 12 Wagen mit je 467 Plätzen.

c) Vergleiche die Optimallösungen der Modellvarianten mit ganzzahligen und fraktionalen Anzahlen von Direktfahrern.

d) Reduziere die Anzahl der Variablen, indem Du nur Kombinationen von Linien und OD-Paaren mit positiver Nachfrage verwendest (falls nicht schon geschehen).

e) Reduziere die Anzahl der Variablen noch weiter, indem Du nur Kombinationen von Linien und OD-Paaren betrachtest, die auf der Linie liegen (falls nicht schon geschehen).