NOVA ACTA LEOPOLDINA

Abhandlungen der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina

Herausgegeben von Diethard Tautz,
Director Ephemeridum der Akademie

NEUE FOLGE NUMMER 425

Zeit in Natur und Kultur

Vorträge anlässlich der Jahresversammlung
am 20. und 21. September 2019 in Halle (Saale)

Herausgegeben von:

Jörg Hacker (Halle/Saale)
Altpräsident der Akademie

Thomas Lengauer (Saarbrücken)
Mitglied des Präsidiums der Akademie

**Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina –
Nationale Akademie der Wissenschaften, Halle (Saale) 2021
Wissenschaftliche Verlagsgesellschaft Stuttgart**

Redaktion: Dr. Renko Geffarth, Dr. Joachim Kaasch und Dr. Michael Kaasch

Fotos von der Jahresversammlung „Zeit in Natur und Kultur“:

Christof Rieken für die Leopoldina – S. 23, 43, 67, 97, 113, 119, 121, 125, 127, 133, 135
Markus Scholz für die Leopoldina – S. 9, 111, 115, 117, 123, 129, 137

Titelbild: ©Bill45 – stock.adobe.com

Die Schriftenreihe Nova Acta Leopoldina erscheint bei der Wissenschaftlichen Verlagsgesellschaft Stuttgart, Birkenwaldstraße 44, 70191 Stuttgart, Bundesrepublik Deutschland.

Die Schriftenreihe wird gefördert durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung sowie das Ministerium für Wirtschaft, Wissenschaft und Digitalisierung des Landes Sachsen-Anhalt.

Wir danken der Alfried Krupp von Bohlen und Halbach-Stiftung für die finanzielle Unterstützung der Veranstaltung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über https://portal.dnb.de abrufbar.

Die Abkürzung ML hinter dem Namen der Autoren steht für Mitglied der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina – Nationale Akademie der Wissenschaften.

2. korr. Auflage
© 2021 Deutsche Akademie der Naturforscher Leopoldina e. V. – Nationale Akademie der Wissenschaften
Postadresse: Jägerberg 1, 06108 Halle (Saale), Postfachadresse: 110543, 06019 Halle (Saale)
Hausadresse der Redaktion: Emil-Abderhalden-Straße 37, 06108 Halle (Saale)
Tel.: +49 345 47239134, Fax: +49 345 47239139
Herausgeber: Prof. Dr. Diethard Tautz, *Director Ephemeridum* der Deutschen Akademie der Naturforscher Leopoldina – Nationale Akademie der Wissenschaften
Printed in Germany 2020
Gesamtherstellung: Druck-Zuck GmbH Halle (Saale)
doi:10.26164/leopoldina_10_00350
ISBN: 978-3-8047-4273-4
ISSN: 0369-5034
Gedruckt auf chlorfrei gebleichtem Papier.

Inhalt

Hacker, Jörg, und Lengauer, Thomas: Vorwort 7

Merkel, Reinhard: Wissenschaftsfreiheit und Wissenschaftsverantwortung 9

Sieroka, Norman: Philosophie der Zeit 23

Grötschel, Martin: Zeit in Mathematik und Informatik 43

Schöll, Eckehard: Chimeras in Physics and Biology: Synchronization and Desynchronization of Rhythms 67

Assmann, Jan: Chronoi – Die Diversifikation der Zeit 97

Zusammenfassungen und Abstracts von Vorträgen

Nowotny, Helga: Leben in der digitalen Zeitmaschine / Life in the Digital Time Machine 111

Keller, Ursula: Attoclock und Tunnelzeit: Zeitmessung in der Quantenmechanik / Attoclock and Tunneling Time: Time Measurements in Quantum Mechanics 113

Pauss, Felicitas: Eine Zeitreise zum Urknall / Embarking on a Journey through Time to the Big Bang 115

Schleich, Wolfgang P.: Der Pfeil der Zeit / The Arrow of Time 117

Rainey, Paul P.: Zeit und die Ursprünge biologischer Komplexität / Time and the Origins of Biological Complexity 119

van Gunsteren, Wilfred F.: Biomolekulare Simulationen mit mehreren Auflösungsniveaus und Zeitskalen: Ein Überblick über methodische Aspekte / Multi-Resolution and Timescale Simulation of Biomolecular Systems: A Review of Methodological Issues 121

Grahn, Jessica: Rhythmus, Timing und Bewegung: Wie das Gehirn auf musikalischen Rhythmus reagiert / Rhythm, Timing, and Movement: How the Brain Responds to Musical Rhythm 123

Poeppel, David: Zeit im Kopf: Sprachrhythmen und Hirnrhythmen / Time in the Head: Rhythms of Speech and Rhythms of the Brain 125

Kay, Steve A.: Uhren in der Translation: Zirkadiane Rhythmen in Gesundheit und Krankheit / Clocks in Translation: Circadian Rhythms in Health and Disease 127

Foster, Russell G.: Licht, Schlaf und zirkadiane Wechselwirkungen: Von der Biologie zu neuen therapeutischen Zielmolekülen / Light, Sleep and Circadian Interactions: Biology to New Therapeutic Targets 129

Czeisler, Charles A.: Chronomedizin / Chronomedicine 133

Hamermesh, Daniel: Wie wir die Zeit nutzen und warum / How We Use Time, and Why 135

Doblhammer, Gabriele: Zeit zu leben, Zeit zu sterben. Der Zusammenhang von Jahreszeiten mit Geburt, Gesundheit und Tod / Time to Live, Time to Die. On the Association between Seasons, Birth, Health, and Death 137

Nova Acta Leopoldina NF Nr. *425*, 43 – 65 (2020), doi:10.26164/leopoldina_10_00351

Zeit in Mathematik und Informatik

Martin Grötschel ML (Berlin)

Das Video zum Vortrag ist verfügbar unter https://doi.org/10.26164/leopoldina_10_00291.

Zusammenfassung

Zeit-Fragen treten in Mathematik und Informatik hauptsächlich auf bei der Laufzeitbestimmung von Algorithmen und der Klassifikation von Problemen bezüglich des zu ihrer Lösung erforderlichen Zeitaufwands. Die zugehörige Komplexitätstheorie und ihr Verhältnis zu realem Rechnen in der Praxis skizziere ich im Überblick. Daneben gebe ich Beispiele für die Verwendung von Mathematik und Informatik zur Behandlung von Zeit-Fragen in anderen Fachgebieten. Ich schließe mit meiner persönlichen Auffassung zum „Wesen der Zeit". Zeit ist heute ein Begriff, dem vielfältige und durchaus widersprüchliche Eigenschaften zugeschrieben werden. Wir sollten nicht länger davon ausgehen, dass es „Zeit an sich" gibt. Vielleicht kann man das so formulieren: Es ist an der Zeit, der Zeit eine Auszeit zu geben.

Abstract

Time questions occur in mathematics and computer science mainly in connection with determining the running time of algorithms and the classification of the time complexity of problem classes. I will sketch the associated complexity theory and its relation to real computing in practice. Examples will demonstrate the use of mathematics and computer science in handling time issues in other fields. I finish with my personal perception of the "nature of time". Time is today a term to which manifold and contradictory properties are attributed. We should stop believing that there is a "time per se". Maybe one can state this as follows: It is time to give time a time-out.

1. Einleitung

Der vorliegende Artikel ist die Ausarbeitung eines Teils meines Vortrags auf der Leopoldina-Jahresversammlung 2019, der sich der Behandlung von Zeit in der Mathematik und Informatik widmete. Zeit-Fragen treten in diesen Disziplinen insbesondere bei der Abschätzung der Dauer auf, die ein Algorithmus oder ein Computerprogramm benötigt, um eine bestimmte Aufgabe zu lösen. Der Fachausdruck dafür ist Laufzeitanalyse. Damit beschäftigt sich eine eigenständige Theorie, die Komplexitätstheorie, die u. a. den Ressourcenverbrauch bezüglich Zeit, Speicher oder Energie bei Berechnungen untersucht. Diese werde ich kurz skizzieren. In der Komplexitätstheorie wird nicht versucht, Zeit an sich zu erklären; es geht lediglich um Zeitdauer. Deren Messung wird in der Theorie ganz einfach auf das Zählen von Rechenschritten reduziert. Die Umsetzung in die Praxis erfolgt durch die Multiplikation der Anzahl der Rechenschritte, die ein Algorithmus benötigt, mit der Zeitdauer (gemessen mit einer Uhr), die ein Rechenschritt auf einem realen Computer verbraucht.

Wissenschaftliche Gebiete, wie z. B. die Physik, die sich mit quantitativen Aspekten der Zeit beschäftigen, benutzen häufig Ergebnisse und Werkzeuge der Mathematik zur Formulierung ihrer Erkenntnisse. Auf die Rolle, die die Mathematik dabei spielt, werde ich auch kurz eingehen – ebenso auf den Nutzen statistischer Methoden bei Untersuchungen, die einen Bezug zu Zeit-Themen haben. Ich beende den Artikel mit einer Skizze dessen, was meiner Auffassung nach Zeit ist.

Vor der Darstellung der Komplexitätstheorie und der Beiträge der Mathematik zu Zeit-Fragen in anderen Disziplinen werfe ich einen Blick auf die Zeiterfahrungswelt beim Umgang mit Computern in der Praxis.

2. Erfahrungen mit Computern im täglichen Leben

Wenn man Computernutzer fragt, so ist deren Meinung relativ einheitlich. Rechner, selbst Handys oder Tablets, werden als sehr schnell empfunden. Diese Erfahrung wird mit einiger Berechtigung den enormen Fortschritten der Hardwaretechnologie seit dem Beginn des digitalen Zeitalters vor rund 70 Jahren zugeschrieben. Aber kaum jemandem ist bewusst, dass diese Geschwindigkeitserhöhung nicht allein Resultat technischen Erfindergeistes ist. Erst extreme Beschleunigungen der auf den Computern ablaufenden Algorithmen durch raffinierte Datenstrukturen und neue mathematische Ideen haben dazu geführt, dass Suchmaschinen so schnell antworten, Navigationssysteme blitzschnell kürzeste Wege berechnen oder Flugzeuge in Echtzeit gesteuert werden. Davon wird in den Medien selten berichtet – ganz einfach, weil derartige Software-Fortschritte schwer darzustellen sind. Es muss gelegentlich betont werden, dass die erlebte Computerleistung aus einem gekonnten Zusammenspiel von Software und Hardware entsteht.

Ist die empirische Beobachtung der Laufzeit von Algorithmen der richtige Weg, ihre Leistungsfähigkeit und die praktische Lösbarkeit von Problemen zu beurteilen? Die Antwort ist ein klares „jein“. Das hängt damit zusammen, dass wir zwar schon viele in der Praxis gute Algorithmen haben, die Komplexität von Problemen aber noch nicht richtig verstehen und viele Erkenntnisse in diesem Gebiet Vermutungen sind, von denen derzeit niemand weiß, wie man sie beweisen kann. Das werde ich kurz erläutern. Eine Einführung in die hier behandelte

Komplexitätstheorie findet sich in jedem Buch zur theoretischen Informatik und an vielen Stellen im Internet.[1]

3. Algorithmen

Der zentrale Begriff der Komplexitätstheorie ist der des Algorithmus. Eine gängige informelle Definition lautet: „Ein *Algorithmus* ist, ganz allgemein, eine Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems." In diesem Sinne sind auch Kochrezepte und Bedienungsanleitungen zur Inbetriebnahme von Geräten Algorithmen. Ich werde mich hier nur mit Algorithmen beschäftigen, die auf Computern implementiert werden.

Algorithmen werden zur Lösung genau spezifizierter Probleme entworfen. So wie ein Kühlschrank keinen Teig rühren kann, kann auch ein Gesichtserkennungsalgorithmus kein Transportsystem steuern. Ein Algorithmus beginnt seine Ausführung mit dem Einlesen des sogenannten Inputs. Das sind Daten wie z. B. der Start- und Zielpunkt einer Reise und die existierenden Verbindungsdaten. Sein Hauptbestandteil ist eine genaue Vorschrift, die festlegt, in welcher Folge einfache Rechenschritte (elementare Operationen) ausgeführt werden müssen, um ein durch den Input gegebenes Problembeispiel zu lösen. Die Ausführung eines Algorithmus mündet in einen Endzustand, dessen Ausprägung problemspezifisch ist. Bei einem Fahrzeugnavigationssystem ist dies z. B. die berechnete kürzeste oder schnellste Route, die im Display graphisch zu sehen ist; bei der Lösung einer Gleichung werden Zahlenwerte ausgegeben, die die Gleichung lösen.

4. Laufzeit eines Algorithmus: ein erster pragmatischer Versuch

Bei Kochrezepten findet man häufig Angaben wie: Gericht für 4 Personen, Vorbereitungszeit 15 Minuten, Kochzeit 45 Minuten, Anrichten 10 Minuten. Wenn wir mehr Personen bekochen wollen, dauert alles länger; und wir wissen auch, dass die Zeiten je nach Geschicklichkeit des Kochs variieren. Ungefähr so ist es auch bei Algorithmen. Größerer Input erfordert in der Regel mehr Rechenzeit, und die Berechnungsdauer hängt natürlich auch von der Qualität der Programmierung (Implementierung des Algorithmus auf einem speziellen Rechner) ab.

Ein häufig beschrittener Weg ist die experimentelle Schätzung der Laufzeit eines Algorithmus. Man lässt einfach auf einem bestimmten Rechner eine sorgfältig ausgesuchte Folge von Problembeispielen laufen, misst die Rechenzeit mit einer Uhr und ermittelt aus den Messergebnissen empirisch eine Laufzeitfunktion, die angibt, wie groß voraussichtlich die Berechnungsdauer ist, wenn der Algorithmus auf ein Problembeispiel mit einer bestimmten Inputgröße angewendet wird.

5. Messung von Computerleistungen

Das Wachstum der Leistungsfähigkeit von Rechnern ist beeindruckend. Daher beginne ich mit einem kurzen Exkurs zu diesem Thema.

1 Zum Beispiel unter https://de.wikipedia.org/wiki/Komplexit%C3%A4tstheorie.

Die Computerleistung hängt von vielen Einzelaspekten ab, z. B. dem Prozessortakt, den *Instructions* per *Cycle* (IPC), den FLOPS (*Floating Point Operations Per Second*), der Länge der vorkommenden Zahlen, der Datenübertragungsrate, der Latenz- und Zugriffszeit, der vorhandenen Parallelität und weiteren technischen Details. Es ist sehr schwierig, aus diesen Kennzahlen die tatsächliche Geschwindigkeit der Hardware eines Rechners zu ermitteln. In der Praxis wird die Leistungsfähigkeit durch experimentelle Bestimmung von verschiedenen Leistungswerten mit dem real aufgebauten Datenverarbeitungssystem erfasst und in einfach verständlichen Graphiken dargestellt. Für viele Arten von Rechnern gibt es solche Leistungsvergleiche. Ich gehe kurz auf einen wichtigen ein.

TOP500[2] ist eine Liste der weltweit 500 schnellsten Computersysteme und ihrer Kenndaten. Sie wird zweimal pro Jahr unter Verwendung des „High-Performance LINPACK Benchmark" erstellt und gibt somit die Rangfolge der Computer bei der Lösung von linearen Gleichungssystemen wieder. In Abbildung 1 sehen Sie eine einfache graphische Zusammenfassung von Kerninformationen der TOP500-Liste vom Juni 1993 bis November 2019.

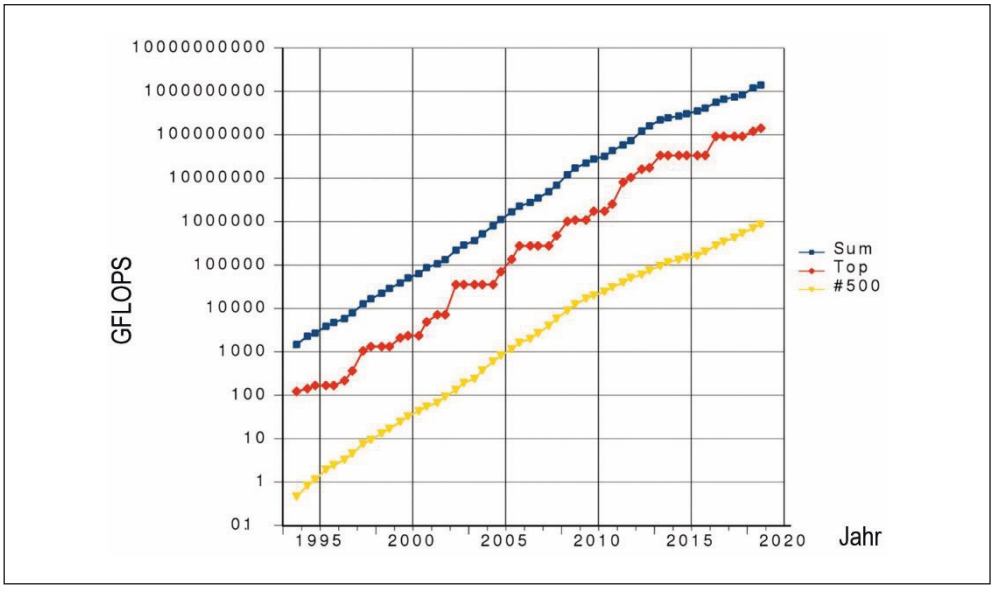

Abb. 1 TOP500. Die Ordinate (y-Achse) ist logarithmisch in GFLOPS (= 10^9 FLOPS). FLOPS ist, wie gesagt, die Kurzbezeichnung von *Floating Point Operations Per Second*, d. h. die Anzahl der Gleitkommazahl-Operationen (Additionen oder Multiplikationen), die pro Sekunde ausgeführt werden können. An der Graphik erkennt man, dass die drei „Kurven" nahezu linear sind, woraus folgt, dass die Leistung seit 1993 exponentiell gewachsen ist. Die rote Linie stellt die Leistung des jeweiligen Spitzenreiters dar. In Gelb ist das System auf Platz 500, in Dunkelblau ist die theoretische Gesamtrechenleistung aller 500 Systeme der TOP500 eingezeichnet. Man kann daraus ablesen, dass der im November 2019 schnellste Computer der Welt ungefähr eine Million Mal schneller war als der vom Juni 1993. Das ist ein gigantischer Fortschritt! Auf solche Rechner hat die Allgemeinheit keinen Zugriff, aber der Hardwarefortschritt für PCs usw. ist ebenfalls enorm. Das haben alle in den letzten Jahren bemerkt.
Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/TOP500#/media/Datei:Supercomputers-history.svg

2 https://de.wikipedia.org/wiki/TOP500 & https://www.top500.org/.

Im Herbst 2019 ist im Zuse-Institut Berlin (ZIB), meiner früheren Wirkungsstätte, ein neuer Supercomputer namens *Lise* installiert worden (siehe Abb. 2). Er steht, um ein konkretes Beispiel zu nennen, mit 5.355,94 TFLOPS in der TOP500-Liste vom November 2019 auf Platz 40.

Abb. 2 ZIB/Supercomputing

6. Die öffentlich relativ unsichtbare Leistungsfähigkeit von Algorithmen

An der TOP500-Leistungserfassung sieht man, dass die Computerleistung nicht durch die genaue Bestimmung von Hardware-Kennzahlen, sondern durch die Messung der Anzahl von gewissen Operationen pro Sekunde bei der Ausführung bestimmter Algorithmen erfolgt. Auf allen Rechnern laufen dabei dieselben Programme. Derartige Ergebnisse gelangen auch deshalb in die Medien, weil sich die (führenden) Hardware-Hersteller durch ihre Veröffentlichung Werbung versprechen. Auf die hohe Effizienz der Algorithmen wird dabei selten verwiesen.

Wenn man die Laufzeit von zwei verschiedenen Algorithmen A und B zur Lösung desselben Problems Q (z. B. Suche in einer Datenbank) auf verschiedenen Computern misst, dann kann in der Praxis der Algorithmus A auf einem Rechner wesentlich schneller sein als der Algorithmus B; auf einem anderen Rechner kann das genau umgekehrt sein. Die Gründe dafür sind vielfältiger technischer Natur und nur mit viel Aufwand erklärbar. Ich werde mich hier mit derartigen technischen Fragen und deren Analyse nicht weiter beschäftigen.

Die Botschaft ist jedoch klar: die Hardware-Fortschritte sind groß, dem Nutzer ist es gleichgültig weshalb. Er ist nur an der *Wall-Clock*-Zeit interessiert. Dies ist die Zeit, die auf

der Uhr an der Wand des Computerraumes (oder am Arm des Nutzers) verstreicht, bis das Problem gelöst ist.

Eine derartige „Lösung" der Laufzeitbestimmung für Algorithmen genügt natürlich nicht den Anforderungen wissenschaftlicher Betrachtung. Deshalb skizziere ich im Folgenden den theoretischen Zugang zum Thema Laufzeit.

7. Berechenbarkeit, Turingmaschine

Offensichtlich haben sich schon in den frühesten Anfängen der Mathematik Menschen, die Berechnungen durchgeführt haben, damit beschäftigt, wie man diese schnell erledigen kann. Davon zeugen die vielen kleinen Tricks, die in den unterschiedlichsten Kulturen zur Beschleunigung von gewissen Rechenschritten (Dividieren, Multiplizieren) erdacht wurden.

Aber schon bevor es Computer und Computer Science gab, rückten Berechnungsfragen in den Fokus von Theoretikern. In den 1930er Jahren kulminierte die Entwicklung entlang der Frage: „Was heißt berechenbar?". Es ging nicht um die Laufzeit; der Fokus lag auf der Berechenbarkeit an sich. Bedeutende Beiträge lieferten seinerzeit Alan Turing (Turingmaschine), Alonso Church (Lambda-Kalkül) und Emil Post (rekursive Funktionen). Im Laufe der Zeit zeigte sich, dass diese drei Theorien in folgender Weise äquivalent sind: Eine Funktion, die im Sinn der einen Theorie berechenbar ist, ist dies auch im Sinn der anderen beiden. Ich skizziere kurz und informell die Turingmaschine, die heute noch ein wichtiges Rechnermodell der theoretischen Informatik ist und die Arbeitsweise eines Computers auf besonders einfache und mathematisch gut zu analysierende Weise modelliert.

Eine Turingmaschine[3] besteht aus einem zweiseitig unendlich langen Speicherband, welches mit unendlich vielen sequentiell angeordneten Zellen versehen ist, einem Lese-Schreib-Kopf und einem Steuerwerk, in welchem sich das Programm (häufig Überführungsfunktion genannt) befindet, das die Eingabedaten und Zwischenberechnungen verarbeitet. Die Eingabedaten (der *Input*) sind mit einer Startzelle beginnend hintereinander auf einem endlichen Abschnitt des Speicherbandes zu finden. Jede Inputzelle enthält ein Symbol des Alphabets (z. B. eine Zahl oder einen Buchstaben in einer bestimmten codierten Form), das die Maschine erkennen und verarbeiten kann, siehe Abbildung 3.

Beim Berechnungsbeginn befindet sich das Steuerwerk in einem Grundzustand, der Lese-Schreib-Kopf steht auf der Startzelle, liest das dort befindliche Symbol, und das Programm im Steuerwerk entscheidet darüber, was der Lese-Schreib-Kopf im nächsten Schritt tut. Dieser kann z. B. das Symbol in der Zelle, über der er gerade steht, mit einem anderen Symbol überschreiben, einfach stehen bleiben (Ende der Programmausführung), eine Zelle nach links oder rechts gehen, den dortigen Input löschen, lesen oder ein Symbol in diese Zelle eintragen usw. Nach Ausführung dieser Aktion geht das Steuerwerk in einen anderen vom Programm festgelegten Zustand über, und der Ablauf setzt sich so iterativ fort.

Eine Turingmaschine ist keine Bauanleitung für einen physischen Computer, sondern ein mathematisches Objekt, mit dessen Hilfe die Begriffe Algorithmus, Berechenbarkeit und Laufzeit fassbar und analysierbar gemacht werden. Aus mathematischer Sicht beschreibt eine Turingmaschine eine Funktion, die einem *Input-String*, das ist die Kette der Symbole, die an-

3 Vgl. https://de.wikipedia.org/wiki/Turingmaschine.

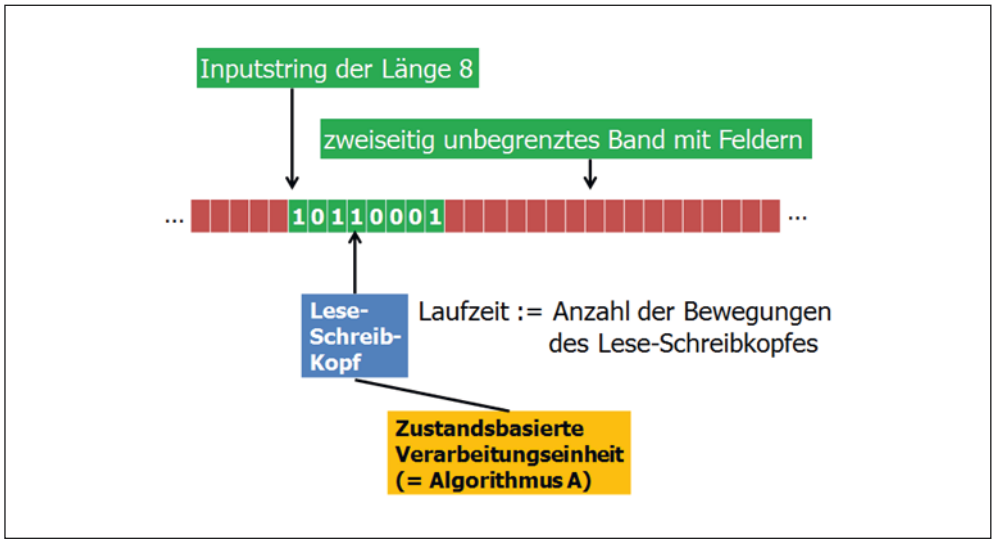

Abb. 3 Turingmaschine (eigene Grafik)

fangs auf dem Band steht, einen *Output-String*, das ist die Zeichenkette, die nach Abschluss der Bearbeitung auf dem Band steht, zuordnet.

Eine Funktion wird berechenbar genannt, wenn sie durch eine Turingmaschine berechnet werden kann. Auch wenn es viele Variationen und Verallgemeinerungen dieser Begriffsbildung gibt, ist man sich in der Informatik und Mathematik weitgehend einig darüber, dass das Konzept der Turingmaschine die intuitive Vorstellung von Berechenbarkeit angemessen repräsentiert, zumal sehr viele (wenn auch nicht alle) Funktionen der Mathematik, insbesondere solche, die in Anwendungen entstehen, durch Turingmaschinen dargestellt werden können.

Turing hat sich mit dem Thema Berechenbarkeit befasst, weil er sich mit dem von David Hilbert formulierten *Entscheidungsproblem* beschäftigte.[4] Turing bewies u. a., dass das Halteproblem für die Turingmaschine unentscheidbar ist. Das Halteproblem ist die Frage, ob eine Turingmaschine für einen gegebenen *Input-String* nach endlich vielen Schritten aufhört zu arbeiten. Turing wies nach, dass es keine Turingmaschine gibt, die diese Frage für alle Turingmaschinen und für alle *Input-Strings* beantwortet. Mit anderen Worten, das Halteproblem ist nicht entscheidbar.

8. Komplexitätstheorie und Laufzeit

Die Turingmaschine hat nicht nur zur Lösung des Entscheidungsproblems gute Dienste geleistet, sie erwies sich auch als idealer Startpunkt für die Entwicklung der Komplexitätstheorie der Informatik. In ihr geht es nicht (mehr nur) um die prinzipielle algorithmische Lösbarkeit, sondern um die Abschätzung des Ressourcenverbrauchs von Algorithmen zur Lösung von Problemen, von denen man weiß, dass sie lösbar sind.

4 Vgl. https://de.wikipedia.org/wiki/Entscheidbar#G%C3%BCltigkeit_in_der_Pr%C3%A4dikatenlogik.

Ein besonderer Charme der Turingmaschine besteht darin, dass man ihren Ressourcenverbrauch, also den Zeit- und Speicherbedarf, sehr einfach definieren kann. Der *Speicherbedarf* ist die Anzahl der Zellen, die die Turingmaschine während der Ausführung mindestens einmal benutzt hat, die *Laufzeit* der Turingmaschine die Anzahl der Bewegungen, die der Lese-Schreibkopf bis zum Ausführungsende durchgeführt hat. Kurz und bündig: **Laufzeitberechnung = Zählen**.

Es hat sich gezeigt, dass diese Art der Berechnung des Ressourcenverbrauchs robust ist gegenüber der Variation von Rechnermodellen, Speicherformen und Ausführungsregeln. Informell, mathematisch jedoch präzise spezifizierbar, geht das wie folgt.

Wir stellen uns einen PC vor. Ein Algorithmus ist ein Programm, das auf einem PC abläuft. Wir zerlegen die Ausführung des Programms in einzelne, so genannte elementare Rechenschritte. Elementare Rechenschritte sind z. B. die Addition, Division, der Vergleich zweier Zahlen oder das Schreiben auf einen Speicherplatz. Die theoretische Laufzeit des Algorithmus ist dann definiert als die Anzahl der ausgeführten elementaren Rechenschritte. Kennt man die technische Zykluszeit eines PC und die Anzahl der Zyklen, die die Ausführung einzelner elementarer Rechenschritte benötigt, so kann man die erwartete Laufzeit eines Algorithmus auf dem PC in der Praxis einfach und annähernd präzise durch Multiplikation der Anzahl der benötigten elementaren Rechenschritte mit den Ausführungszeiten der Rechenschritte abschätzen.

Es ist klar, dass die Laufzeit eines Algorithmus vom Umfang der Inputdaten abhängt. Will man einen kürzesten Weg mit dem Auto vom Gendarmenmarkt in Berlin zur Leopoldina in Halle berechnen, so wird das weniger Zeit erfordern als die Berechnung des kürzesten Weges zum Tor des Himmlischen Friedens in Beijing. Es ist auch klar, dass die Multiplikation zweier hundertstelliger Zahlen länger dauert als die zweier einstelliger Zahlen.

Zur präzisen Definition der Laufzeit eines Algorithmus müssen wir daher noch genauer werden. Wir legen fest, welche *Inputs* erlaubt sind und wie die Inputdaten kodiert werden. Das Übliche in Theorie und Praxis ist die Binärkodierung, also die Darstellung von Zahlen als Folge von Nullen und Einsen. Die (Dezimal-)Zahl 100 wird dann binär als 1 100 100 dargestellt, benötigt also inklusive Vorzeichen acht Bits Kodierungslänge. Analog wird festgelegt, wie man mit den Buchstaben eines Alphabets oder den Knoten und Kanten eines Graphen oder mit anderen Daten verfährt.

Man definiert dann: Die *Laufzeit* $l_A(n)$ eines *Algorithmus A auf Inputs der Kodierungslänge n* ist die maximale Anzahl elementarer Rechenoperationen, die der Algorithmus A ausführt, wenn er mit Inputs aufgerufen wird, die höchstens die Kodierungslänge n haben. Nur in seltenen Fällen ist es möglich, den genauen Wert dieses Maximums zu bestimmen, aber meistens gelingt es, $l_A(n)$ durch eine einfache Formel abzuschätzen. So spricht man etwa von einer *polynomialen Laufzeit*, wenn $l_A(n)$ durch ein Polynom in der Kodierungslänge n abgeschätzt werden kann. Kann man z. B. nachweisen, dass

$$l_A(n) \leq an^2 + bn + c \qquad [1]$$

für alle möglichen Inputlängen n gilt (a, b und c sind dabei Konstanten), so sagt man, dass der Algorithmus A eine *quadratische Laufzeit* hat.

Es hat sich eingebürgert, Algorithmen mit polynomialer Laufzeit *schnell* zu nennen. Man ist sich dabei bewusst, dass es sinnlos ist, einen Algorithmus mit polynomialer Laufzeit n^{1000} zu implementieren. Hier geht es nur um eine grobe Rasterung des Laufzeitverhaltens. Selbst ein n^{10}-Algorithmus ist praktisch kaum verwendbar, aber er ist immerhin für alle $n \geq 10$ erheblich schneller als ein n^n-Algorithmus.

9. Komplexitätstheorie: Viele Fragen offen

Es mag überraschend erscheinen, aber der gegenwärtige Wissensstand ist, dass für viele interessante Probleme der Theorie und der industriellen Praxis keine polynomialen Algorithmen bekannt sind – nicht einmal Algorithmen mit Laufzeit n^{1000}. Es ist noch schlimmer. Es sind viele Versuche unternommen worden, Probleme in Bezug auf das Laufzeiterfordernis zu ihrer Lösung zu klassifizieren; sie waren überwiegend erfolglos. Es folgt ein kurzer Einblick in diese Bemühungen.

Ich beschränke mich auf Entscheidungsprobleme. Auf Entscheidungsprobleme können nur zwei Antworten gegeben werden: ja oder nein. Man bezeichnet die Klasse aller Entscheidungsprobleme, für die es einen Algorithmus gibt, der in polynomialer Laufzeit eine Ja- oder Nein-Antwort liefert mit **P**. Beispiele: Ist ein gegebener Graph zusammenhängend? Gibt es eine Zugverbindung von Stadt A nach Stadt B? Ist 789 345 922 durch 13 teilbar? Ist die Zahl p eine Primzahl?

Niemandem jedoch ist es bisher gelungen, einen polynomialen Algorithmus zur Lösung des folgenden simpel erscheinenden Summationsproblems zu finden: Gegeben ist eine endliche Menge M ganzer Zahlen, kann man M in zwei disjunkte Teilmengen K und L zerlegen, so dass die Summe der Elemente von K mit der Summe der Elemente von L übereinstimmt?

Hat jemand allerdings zwei solche Mengen K und L gefunden (z. B. durch raten), dann ist es ganz einfach, die Korrektheit dieses Fundes zu überprüfen. Man summiert einfach die Zahlen in K und die in L auf. Wenn die Summen identisch sind, ist der Beweis erbracht.

Diese Einsicht ist die Basis der Definition der Problemklasse **NP**. Ein Entscheidungsproblem gehört zur Klasse **NP**, wenn es die folgenden beiden Eigenschaften besitzt: (*1.*) Lautet für einen gegebenen Input die Antwort auf die Frage „Ja“, dann gibt es ein Zertifikat, mit dessen Hilfe die Korrektheit der Ja-Antwort überprüfbar ist. (*2.*) Es gibt einen Algorithmus (genannt Prüfalgorithmus), der die normale Inputsequenz und ein zusätzliches „Zertifikat“ als Input akzeptiert und der in einer Laufzeit, die polynomial in der Kodierungslänge des normalen Inputs ist, überprüft, ob das Zertifikat ein Beweis für die Korrektheit der Ja-Antwort ist. (**NP** ist ein Akronym für *nichtdeterministisch polynomial*.) In dem Falle des Summenproblems gibt das Zertifikat die beiden Teilmengen K und L an. Der Algorithmus überprüft, dass sie die gleiche Elementsumme haben.

Diese Definition ist seltsam unsymmetrisch, da nur ein polynomialer Prüfalgorithmus für die Ja-Antwort gefordert und nichts zu Nein-Antworten gesagt wird. Ich kann hier nicht darauf eingehen, das würde eine aufwändige Erläuterung technischer Details der Komplexitätstheorie erfordern.

Neben den unentscheidbaren Problemen haben wir nun die Problemklassen **P** und **NP** kennengelernt. Die Probleme in der Klasse **P** will ich hier als *leichte Probleme* bezeichnen, die Probleme in der Klasse **NP** als *schwere Probleme* – wohl wissend, dass dies eine sehr grobe Vereinfachung ist, die mir hier gestattet sei, um informell einige Kernfragen der Komplexitätstheorie zu erklären. Wichtig ist hierbei, dass Zeit bei der Kategorisierung von Problemen eine – eigentlich die wichtigste – Rolle spielt. Probleme werden grob nach der Laufzeit klassifiziert, die zu ihrer Lösung erforderlich ist. In der Klasse **P** kann man vielfältig und feiner unterscheiden, z. B. zwischen Problemen, die einen Lösungsalgorithmus besitzen, der eine lineare oder quadratische Laufzeit hat, und solchen, die in kubischer Laufzeit lösbar sind, und für die es beweisbar keinen Algorithmus mit quadratischer Laufzeit gibt.

In der Praxis sind Probleme in **P** in der Regel sehr gut lösbar (Fahrzeugnavigation, Datensortierung, Datenbanksuche, Lösung linearer Gleichungen, …). Es gibt aber auch Probleme in **P**, die man nur in bescheidener Größenordnung lösen kann. Zum Beispiel ist die Berechnung der Hermite-Normalform einer ganzzahligen Matrix für 1000×1000-Matrizen kaum in akzeptabler Laufzeit möglich.

Was aber hat es mit der seltsamen Klasse **NP** auf sich? Man kann beweisen, dass alle Probleme in **NP** in exponentieller Laufzeit gelöst werden können, also eine Laufzeitfunktion haben wie z. B. 2^n. Irgendwie müsste das doch besser gemacht werden können, denkt man vielleicht?

Eines ist offensichtlich. Jedes Problem in **P** ist auch in **NP** enthalten, da man in polynomialer Zeit berechnen kann, ob die Ja- oder die Nein-Antwort richtig ist. Ein Zertifikat – wie die Angabe der Mengen *K* und *L* beim oben erwähnten Summationsproblem – ist nicht notwendig.

Seit rund 50 Jahren ist von tausenden Forschern versucht worden zu zeigen, dass die beiden Problemklassen **P** und **NP** gleich oder verschieden sind. Im Jahr 2000 wurde ein Preis von einer Million US-Dollar für die Lösung ausgesetzt. Man hat unter Benutzung tiefliegender Logik nachgewiesen, dass die derzeit wichtigsten Beweismethoden des Fachgebiets nicht in der Lage sind zu beweisen, dass **P** gleich oder ungleich **NP** ist. Man hat inzwischen hunderte von weiteren Komplexitätsklassen – meistens durch Laufzeitaufwand definiert – eingeführt, um sich der Problemlösung unter Einschränkungen zu nähern, und hat tatsächlich auch gewisse Hierarchien wie echte Inklusionen zwischen Komplexitätsklassen beweisen können. Für die Lösung der Frage „**P** = **NP**?“ hat es nichts genützt; lediglich die Anzahl der offenen Probleme dieser Art ist erheblich größer geworden.

Kurz und gut: Die Komplexitätstheorie ist komplexer, als man denken mag. Und das hat Auswirkungen auf das tägliche Leben. Die meisten der Optimierungs- und Steuerungsprobleme, die in der Praxis auftreten, sind äquivalent zu **NP**-Problemen und somit im obigen Sinne schwer. Um sie dennoch annähernd gut in akzeptabler Laufzeit lösen zu können, muss in Informatik und Mathematik viel problemspezifischer Aufwand betrieben werden. Das sichert viele Arbeitsplätze für diese Fachgebiete.

10. Ein Problem mit exponentieller Laufzeit: die Türme von Hanoi

Anhand des 1883 vom französischen Mathematiker Edouard Lucas erfunden Spiels „Die Türme von Hanoi“ möchte ich zeigen, dass es Probleme mit exponentieller Laufzeit gibt, die nicht in polynomialer Zeit gelöst werden können. Wir betrachten ein Brettchen mit drei Stäben (siehe Abb. 4). Auf einem Stab befinden sich *n* Scheiben mit unterschiedlicher, nach unten zunehmender Größe sortiert. Die Aufgabe lautet:

„Verschiebe den Turm auf dem linken Stab auf den rechten Stab so, dass die Sortierung erhalten bleibt. Der mittlere Stab darf als Zwischenlager benutzt werden. Pro Zug darf man nur eine Scheibe verschieben. Eine größere Scheibe darf nie auf einer kleineren Scheibe liegen.“

11. Zeit ist Geld: Erfolgreiche Behandlung von schweren Problemen in der Praxis

Mathematische Probleme treten in der wirtschaftlichen und industriellen Praxis häufig als Optimierungsprobleme auf. Man möchte Abläufe so schnell wie möglich erledigen, Gewinne maximieren, Kosten senken, Ressourcen schonen und muss dabei eine Vielzahl von techni-

Abb. 4 Die Türme von Hanoi. Wer dieses Spiel mit 2, 3 und 4 Scheiben ausprobiert, wird sehr schnell zu der Vermutung gelangen, dass zur Umlagerung eines n-scheibigen Turms insgesamt 2^n-1 Züge erforderlich sind. Und man kann beweisen, dass es tatsächlich nicht mit weniger Zügen möglich ist.
Quelle: https://de.wikipedia.org/wiki/T%C3%BCrme_von_Hanoi

schen, ökonomischen und rechtlichen Nebenbedingungen einhalten. Sehr viele dieser Probleme lassen sich mathematisch als gemischt-ganzzahlige Optimierungsprobleme formulieren (siehe Abb. 5), bei denen eine lineare Zielfunktion unter der Berücksichtigung von linearen Gleichungen und Ungleichungen zu optimieren ist und einige der Variablen ganzzahlige Werte annehmen müssen. Typische Probleme dieser Art, die täglich gelöst werden müssen, sind Personaleinsatzprobleme, die Umlaufplanung von Fahrzeugparks, die optimale Steuerung von Bearbeitungsmaschinen und die optimale Gestaltung von Lieferketten (*Supply Chains*). Bei der Busumlaufplanung in Berlin können die Optimierungsprobleme nahezu 100 Millionen Variablen haben; Personaleinsatzprobleme und *Supply-Chain*-Management führen nicht selten zu noch größeren Optimierungsaufgaben. Zeit spielt dabei in zweierlei Hinsicht eine Rolle. *Erstens* müssen die Probleme schnell gelöst werden können. Ein Plan für den Personaleinsatz am nächsten Tag, der erst übermorgen fertig ist, hilft niemandem. Das heißt, zeiteffiziente Optimierungsalgorithmen sind essentiell. *Zweitens* sind vielfach Zeitdauern zu optimieren. Arbeitsabläufe sind so zu gestalten, dass möglichst viel in kurzer Zeit produziert wird, Fahrzeiten sollen kurz sein, und nur Flugzeuge (zum Beispiel), die in der Luft sind, verdienen Geld; folglich sind Standzeiten zu minimieren.

$$
\begin{aligned}
&\min\ c^T x \\
&A\,x = a \\
&B\,x \le b \\
&\quad x \ge 0 \\
&x_j \in \mathbb{Z}\ ,\ j \in J
\end{aligned}
$$

Abb. 5 Gemischt-ganzzahlige Optimierungsprobleme

So gut wie alle der gerade genannten Probleme sind im obigen Sinne *schwer*. Der Fortschritt in der Computerhardware, aber noch mehr Fortschritte der mathematisch-informatischen Lösungstechnologie (neue und bessere Algorithmen) haben dazu geführt, dass heutzutage reale Anwendungsprobleme dieser Art in vernünftiger Rechenzeit praxisadäquat gelöst werden können. Mein Kollege Bob Bixby hat im Laufe seiner Karriere zwei Firmen, die marktführende Optimierungssoftware anbieten, gegründet und beobachtet seit vielen Jahren die Entwicklung der Software zur Lösung gemischt ganzzahliger Optimierungsprobleme. In einer kürzlich fertiggestellten (unveröffentlichten) Studie hat er gezeigt, dass in den letzten 30 Jahren derartige Algorithmen – ohne Berücksichtigung der Beschleunigung der Hardware – allein durch bessere Informatik und Mathematik rund 3,5 Millionen Mal schneller geworden sind. Dies sind atemberaubende Größenordnungen – insbesondere, wenn man zusätzlich noch die Verbesserung der Computerleistung in Betracht zieht. Diese Entwicklung wird von industriellen Anforderungen getrieben, bei denen neben finanziellen Aspekten gerade Zeit eine besondere Rolle spielt.

12. Echtzeit

Der Begriff *Online-Optimierung* kennzeichnet Optimierungsprobleme, bei denen zwar ein prinzipiell zu erreichendes Ziel vorgegeben ist, die Problemdaten aber nur Zug um Zug eintreffen und jeder neue Datensatz Entscheidungen verlangt, die in den meisten Fällen nicht mehr rückgängig gemacht werden können. Wenn diese Entscheidungen sehr schnell getroffen werden müssen, spricht man von *Echtzeitoptimierung* oder auch *Echtzeitsteuerung*. Dazu gehört z. B. die Steuerung komplexer chemischer Prozesse in Reaktoren, die mit minimalem Energie- und Materialaufwandaufwand in kurzer Zeit die erwünschten Produkte liefern. Hier kann es durch Störungen zu Überhitzungsreaktionen führen, auf die schnell reagiert werden muss. Für die Rückholung eines Raumschiffs gibt es nur einen kleinen Einflug-Korridor in die Atmosphäre, der eine sichere Landung gewährleistet. Dauert die Berechnung einer Kurskorrektur zu lange, kann das Raumschiff verglühen. Ein Pannendienst sollte havarierte Fahrzeuge rasch bedienen und darf nicht allzu lange mit einer Entscheidung zum Einsatz eines Hilfsfahrzeugs warten. Was Echtzeit ist, hängt vom Prozess ab, der betrachtet wird. Beim Pannendienst sind ein paar Minuten Verzögerung kein wirkliches Problem, bei der Steuerung von Reaktoren, medizinischen Überwachungsgeräten oder Raumfahrzeugen, kann ein zu langsames Rechnen tödlich sein. Die Mathematik zu diesen Themenbereichen und deren informationstechnische Implementierung ist sehr komplex und hoch problemspezifisch; vielfach bedient man sich – weil man nichts Besseres weiß – jedoch auch einfacher Heuristiken.

13. Vorläufiges Fazit

Bisher habe ich mich mit Zeit-Fragen beschäftigt, wie Sie in Mathematik und Informatik auftreten und behandelt werden. Der zentrale Begriff hierbei ist Laufzeit. In der Theorie wird er durch das Zählen von elementaren Rechenschritten (oder die Bewegungen des Lese-Schreibkopfes einer Turingmaschine) definiert. So kann man die konkrete Laufzeit eines Algorithmus für einen gegebenen Input von Problemdaten bestimmen. Daraus entwickelt man das Konzept der Laufzeitfunktion und klassifiziert Problemklassen nach dem Typ der

verfügbaren Lösungsalgorithmen. Hierdurch entsteht eine Vielfalt an Problemklassen. Die Komplexitätstheorie versucht, diese Klassen (wie **P** und **NP**) durch den Aufbau von Hierarchien von Schwierigkeitsklassen zu ordnen. Nicht nur Fragen wie „Ist **P** verschieden von **NP**?“ haben sich als extrem schwierig erwiesen, und so weist die Komplexitätstheorie eine Fülle von tiefliegenden und zumeist ungelösten Problemen auf.

Die Praxis schaut natürlich auf diese theoretischen Entwicklungen, orientiert den Entwurf von Algorithmen an derartigen Erkenntnissen, misst aber Laufzeiten ganz pragmatisch mit Uhren und ermittelt sie durch Regressionen, um Rechenaufwände abzuschätzen und entscheiden zu können, für welche Problemgrößen die vorhandenen Algorithmen eingesetzt werden können.

Die Mathematik hat in der Wissenschaft weitere Funktion: Sie liefert Werkzeuge und Methoden, die in anderen Gebieten vielfältig eingesetzt werden können. Natürlich hilft sie auch dabei, Prozesse, die Zeit-behaftet sind, mathematisch zu formulieren und Ideen über Eigenschaften von Zeit zu modellieren. In dieses Gebiet gebe ich einen ganz kurzen Einblick.

14. Goethe und Zeit

Eines der Teilgebiete der Mathematik mit einer besonderen Anwendungsbreite ist die Statistik. Häufig sind es ganz einfache statistische Werkzeuge, die dabei helfen, bessere Einblicke in Sachverhalte zu gewinnen. Eines der größten Akademienprojekte im Bereich der historischen Semantik und Textlexikographie der Berlin-Brandenburgischen Akademie der Wissenschaften (BBAW) ist das *Goethe-Wörterbuch* (GWb). Basierend auf ca. 3,2 Millionen Belegen haben die Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter den gesamten überlieferten Wortschatz Goethes erfasst und festgestellt, dass Goethe rund 93 000 Wörter in seinen Schriften benutzt hat. Dabei wurden nur die Grundformen (Lemmata) gezählt. Die Goethe-Liebhaber interessieren sich für die verschiedensten Aspekte seines Wortschatzes. Ich habe Michael Niedermeier, den (inzwischen ehemaligen) Leiter des GWb gebeten, herauszufinden, wie Goethe mit dem Wort Zeit umgegangen ist. Mit den Lemmalisten des GWb und verfügbaren Suchwerkzeugen hat das Team um Michael Niedermeier herausgefunden, dass Goethe das Wort „Zeit“ 10 902 Mal benutzt hat. Außerdem verwendete Goethe 155 Wörter, die mit Zeit beginnen. Am häufigsten traten auf: Zeitung (433), zeitlang (428), zeitig (322), Zeitschrift (198), Zeitgenosse (168), Zeitalter (118), …, und am seltensten z. B. Zeitzustand (1) und Zeitzwischenraum (1).

15. Das Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache (DWDS) und Zeit

Statistische Analysen, wie die zu Goethe und seiner Benutzung des Wortes „Zeit“, kann man in noch allgemeinerer Form für Sprachen durchführen, wenn man entsprechende Wörterbücher und dazugehöriges Belegmaterial zur Verfügung hat. Ein weiteres bedeutendes Akademienvorhaben der BBAW ist das *Digitale Wörterbuch der deutschen Sprache* (DWDS), dessen Ziel es ist, ein über das Internet zugängliches Wortinformationssystem zu entwickeln, das Auskunft über den deutschen Wortschatz in Vergangenheit und Gegenwart gibt. Natürlich gehört auch das Angebot von Auswertungswerkzeugen dazu. Um die Verwendung des Wortes „Zeit“ in der deutschen Sprache seit dem Jahr 1600 herauszufinden, hat Bryan Jurish

die drei Korpora *Zeitungen*, *DWDS-Kernkorpus Basis* und *Webkorpus 2016b* per Stand vom 7. August 2018 zusammengeführt und eine Verlaufskurve erstellt (siehe Abb. 6). Diese drei Korpora enthalten zusammen 13 Milliarden lexikographische Einheiten (Tokens); durch umfangreiche Vorverarbeitung wurden Abkürzungen, Satzzeichen, Fremdwörter, Eigennamen usw. aussortiert. Es verbleiben rund 10 Milliarden normale deutsche Wörter (alphabetische Tokens), die in diesen Quellen verwendet wurden.

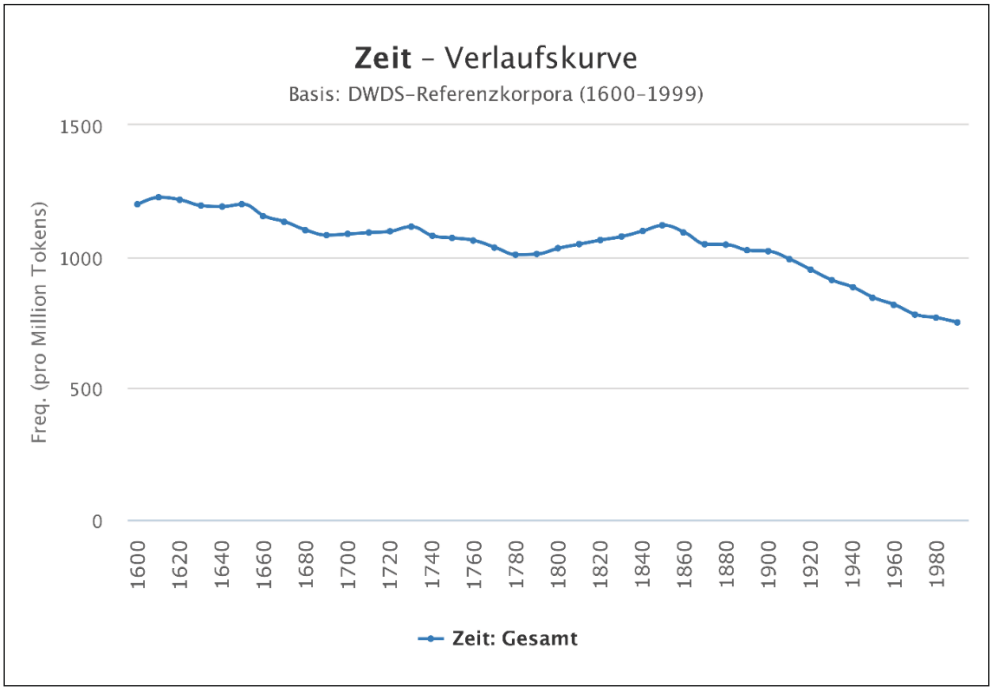

Abb. 6 Digitales Wörterbuch der deutschen Sprache (DWDS): Verlaufskurven. Man erkennt an der Kurve, dass bei einer Auswahl von einer Million Wörtern das Wort „Zeit" durchschnittlich 1000 Mal vorkommt. Das Wort „Zeit" gehört zu den 20 häufigsten Wörtern in deutschsprachigen Romanen, aber auch in nichtliterarischen Texten. Die Kurve zeigt ebenfalls, dass der Verwendungsanteil von „Zeit" im Zeitraum von 1600 bis 2000 allmählich sinkt. Die Analyse kann man vielfältig vertiefen. Unter den 10 Milliarden Wörtern enthalten rund 15 Millionen den String „…zeit…" als Teilwort, und davon gibt es rund 70 000 verschiedene Grundformen. Ohne elektronische Datenverarbeitung wäre diese verblüffend große Zahl nie bemerkt worden. Diese großen Datenmengen laden zu einer Vielzahl von Analysen und Vergleichen ein, zwischen Dichtern und Textsorten sowie über Sprachgrenzen hinweg. Sie sind erst in den letzten Jahren durch die informationstechnischen Entwicklungen möglich geworden. Der Umgang damit ist noch vielfältig ausbaubar. Quelle: https://www.dwds.de/d/plot

16. Physik und Zeit

Unter allen Wissenschaften ist die Physik diejenige, die Mathematik am häufigsten verwendet. Viele Gebiete der Mathematik sind überhaupt erst durch die Entwicklung physikalischer Theorien, wie z. B. der Newtonschen Mechanik, entstanden. Gerade die Einbeziehung von zeitlichen Aspekten war dabei von besonderer Bedeutung. Selbst eine rudimentäre Skizze

hiervon kann an dieser Stelle nicht gegeben werden. Wichtig ist lediglich zu bemerken, dass in den meisten fundamentalen Grundgleichungen der Physik die Zeit als Variable, in der Regel bezeichnet mit *t*, vorkommt. Eine der einfachsten Gleichungen ist z. B. die folgende eindimensionale Wärmeleitungsgleichung, die die Ausbreitung von Wärme in einem dünnen eindimensionalen Stab im Zeitablauf beschreibt und eine reiche Lösungstheorie besitzt.

$$\frac{\partial}{\partial t}u(x,t) - a\frac{\partial^2}{\partial x^2}u(x,t) = 0 \qquad [2]$$

Die Maxwell-Gleichungen (das sind vier partielle Differentialgleichungen) beschreiben analog die Ausbreitung von elektromagnetischen Wellen;[5] sie bilden die Grundlage von Optik und Elektrotechnik.

Die Analysen der Maxwell-Gleichungen und der übrigen Grundgleichungen der Physik (Navier-Stokes-Gleichung, Schrödinger-Gleichung, …) gehören zu den schwierigsten Fragen der Mathematik. All diese Gleichungen beschreiben Prozesse im Zeitablauf und enthalten daher die Variable *t*. Viele theoretische Physiker und Chemiker beteiligen sich seit jeher, geleitet von problemspezifischer fachlicher Erfahrung und Einsicht, an den Lösungsversuchen, um aus den gefundenen mathematischen Lösungen ein besseres Verständnis der sie interessierenden speziellen Sachverhalte zu gewinnen.

In diesem Zusammenhang muss natürlich Albert Einstein erwähnt werden, der mit der speziellen und allgemeinen Relativitätstheorie durch die Verknüpfung von Raum und Zeit ein vierdimensionales Modell unserer Welt geschaffen hat. Hermann Minkowski drückte das in einem mathematischen Vortrag 1908 in nahezu poetischer Weise folgendermaßen aus: „Von Stund' an sollen Raum für sich und Zeit für sich völlig zu Schatten herabsinken und nur noch eine Art Union der beiden soll Selbständigkeit bewahren." Einsteins durch theoretische Einsicht gewonnenen Ergebnisse haben die physikalische Vorstellung von Zeit fundamental verändert. Sie sind auch von enormer praktischer Bedeutung (z. B. bei der Ortsbestimmung durch GPS). Ohne tiefschürfende Mathematik hätten sie nicht erzielt werden können.

Ich gestatte mir eine Nebenbemerkung: Es wird viel davon gesprochen, dass die Zeit durch Einführung der Raumzeit verräumlicht worden sei. In der messenden Physik ist das genau umgekehrt. Im Internationalen Einheitensystem (SI) der Physik ist die Zeiteinheit *Sekunde* „das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids Cs-133 entsprechenden Strahlung". Am 20. Mai 2019 ist der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum der Wert c = 299 792 458 m/s zugewiesen worden. Das ist somit keine Messung, sondern eine Definition im Rahmen des SI. Daraus wird dann die Längeneinheit Meter als diejenige Strecke definiert, die das Licht im Vakuum in 1/299 792 458 Sekunden zurücklegt. Man kann daher mit Fug und Recht sagen, dass die Metrologie den Raum verzeitlicht hat.

17. Fehlinterpretierter mathematischer Sprachgebrauch in Bezug auf die Zeit

An dieser Stelle möchte ich auf ein terminologisches Problem hinweisen, das bei mathematischen Laien gelegentlich zu Verwirrung führt. Es handelt sich um den Gebrauch mathematischer Fachsprache in anderen Gebieten. Wir betrachten hierzu Schulstoff der Physik: das

5 Siehe https://de.wikipedia.org/wiki/Maxwell-Gleichungen.

Fallgesetz, genauer, die Beschreibung des freien Falls in der Nähe der Erdoberfläche. Die Durchführung von Experimenten legt nahe, dass die Fallgeschwindigkeit v proportional zur Fallzeit t und die durchfallene Strecke s proportional zu t^2 wachsen. Genaue Analysen ergeben dann:

$$v(t) = gt \quad \text{und} \quad s(t) = \tfrac{1}{2}\, gt^2, \qquad [3]$$

wobei der Parameter g (eine experimentell bestimmte Konstante mit dem ungefähren Wert 9,81 m/s^2) *Erdbeschleunigung* genannt wird.

Auch wenn bei dieser mathematischen Modellierung des freien Falls einige Einflussfaktoren wie Auftrieb, Luftreibung, Zentrifugalbeschleunigung aufgrund der Erdrotation, Zunahme der Gravitationskraft bei Annäherung an die Erde nicht berücksichtigt werden, sind diese Formeln sehr gute Annäherungen an das „wahre Geschehen". Mathematiker benutzen bei solchen Formeln aufgrund der Schreibweise $v(t)$ und $s(t)$ gerne den Ausdruck: v und s hängen von t ab. Das ist für diese Darstellungsform mathematisch korrekt. Aber ist das auch physikalisch „wahr"?

Die mathematisch übliche Sprechweise darf nicht auf das Anwendungsgebiet übertragen werden. Denn das würde suggerieren, dass Geschwindigkeit und Strecke physikalisch von der Zeit abhängen. Dies ist nicht so. Die Gravitation bewirkt den Fall – nicht die Zeit. Die Zeit ist nicht kausal für die Eigenschaften des freien Falls, sie ist lediglich ein „mitlaufender Parameter", mit dem sich ein Sachverhalt gut und anwendbar beschreiben lässt. Noch etwas präziser: In diesen Formeln wird eine Variable (wie z. B. v) durch eine andere Variable (hier z. B. t) dargestellt; wir haben uns daran gewöhnt, t Zeit zu nennen. Tatsächlich repräsentiert t nichts anderes als die Messergebnisse einer Uhr, und $v(t) = gt$ deutet mathematisch lediglich an, dass zwei Messreihen linear korreliert sind. Mathematik hilft somit, Prozesse formal zu beschreiben – mehr nicht. Für die inhaltliche Beschreibung ist das Anwendungsgebiet zuständig. Dies ist eine Stärke der Mathematik (breite Anwendbarkeit), aber auch eine Schwäche (keine inhaltliche Erklärung, bestenfalls Hinweise darauf). Die hier dargestellte Rolle der Zeit im Fallgesetz trifft auf so gut wie alle Formeln und Aussagen der Physik zu, in denen Zeit eine Rolle spielt. Dies gilt analog auch in den meisten anderen Anwendungsgebieten, die die Zeit bei der mathematischen Modellierung ihrer Sachverhalte und Prozesse nutzen.

Die folgende Überlegung verdeutlicht den Unterschied zwischen Mathematik und Physik. Die Formel $s = \tfrac{1}{2}\, gt^2$ kann man einfach umrechnen in:

$$t = \pm\sqrt{\frac{2}{g}s} \qquad [4]$$

Mathematisch haben wir also die Zeit t in Abhängigkeit von der Strecke s dargestellt. Nun hat aber eine Wurzel mathematisch sowohl eine positive als auch eine negative Lösung. Ob das physikalisch sinnvoll ist, müssen Physiker entscheiden. In der Tat geschieht es nicht selten, dass unerwartete mathematische Lösungen, die zunächst als „sinnlos" galten, im Nachhinein neue physikalische Einsichten erbracht haben. Die Tatsache, dass die meisten Grundgleichungen der Physik symmetrisch in der Zeit sind, also auch Zeitumkehr erlauben, bereitet der Wissenschaft durchaus Kopfschmerzen. So ist z. B. die Wärmeleitung ein klassisches Beispiel für Prozesse, die offenbar nur in eine Richtung laufen (warm zu kalt). Die Überlegungen zur Übertragung von Wärme waren 1865 der Anlass für Rudolf Clausius, den Begriff *Entropie* einzuführen, der bei der Frage, ob Zeit eine Richtung hat, eine wichtige Rolle spielt, die ich aber hier nicht erläutern kann.

18. Zeit: Was ist das?

Ich muss zugeben, dass ich mich nicht ernsthaft mit dem „Wesen“ von Zeit beschäftigt hatte, bevor ich um den Vortrag auf der Leopoldina-Jahrestagung gebeten wurde. Für mich galt, was die meisten pragmatischen Physiker so sehen: Zeit ist, was die Uhr misst. Die Uhr zählt Sekunden. Im Bereich von Mathematik und Informatik machen wir es uns bei der Algorithmenanalyse und Komplexitätstheorie noch einfacher. Wir zählen elementare Rechenoperationen oder Bewegungen eines Lese-Schreibkopfes, um Aussagen über Zeitdauern bzw. Laufzeiten zu machen.

Bei der Beschäftigung mit meinem Vortrag habe ich den Fehler gemacht, zu viele Bücher über das Thema Zeit zu lesen. Davon gibt es „astronomisch viele“ und nicht nur in der Physik, sondern in fast allen wissenschaftlichen Disziplinen oder auch der Ratgeberliteratur. Ich habe Zitate und Meinungen gesammelt und wurde immer verwirrter, denn betrachtet man sie alle nebeneinanderlegt gemeinsam, findet sich vieles Interessante, aber auch ein Meer von Widersprüchen.

Generell ist unbestritten, dass sich Zeit nicht direkt durch wahrnehmbare Phänomene manifestiert. Wir sehen, hören, riechen, schmecken oder fühlen sie nicht. Niemand hat bisher eine durch wissenschaftliche Geräte messbare Erscheinungsform gefunden. Wenn wir von Zeitmessung reden, dann messen wir keine Zeit, sondern nur von uns selbst erfundene Repräsentanten der Zeit, die Uhren, die nichts als gleichmäßig periodisch wiederkehrende Ablaufmuster zählen. Dennoch scheint Zeit irgendwie erfahrbar und irgendwie real zu sein. Das gilt für mich und vermutlich für die meisten Menschen.

Für unsere Lebensgestaltung ist Newtons Vorstellung von der Existenz einer unabhängig vom Raum gleichförmig ablaufenden, universellen und geordneten Zeit vollkommen ausreichend. Sie entspricht unserer täglichen Erfahrung. Diese Sichtweise wurde von Einstein in seiner speziellen und in seiner allgemeinen Relativitätstheorie zurückgewiesen. Er stellte Behauptungen über die Zeit auf, wie die Existenz von Zeitdilatation (der Gang von Uhren wird von der Schwerkraft und der Bewegungsgeschwindigkeit beeinflusst), die damals zu seiner Zeit als höchst dubios galten, sich aber alle bei genauer Nachprüfung bewahrheitet haben. Einsteins Theorien beschreiben eine kontinuierliche Zeit. Die kurz nach der Relativitätstheorie entstandene Quantentheorie dagegen behauptet, dass Zeit gequantelt ist. Dies sind zwei Auffassungen, die nicht kompatibel sind.

Inkompatibilitäten gibt es zuhauf. Auf der Suche nach dem gegenwärtigen Wissensstand bin ich auf ein vielfältiges Angebot von Theorien über die Zeit gestoßen. Hier ist nicht der Platz, dies im Detail auszubreiten. Einige wenige Zitate sollen einen kleinen Einblick in diese bunte Vorstellungswelt geben.

Während Stephen Hawking (2018) die Entropie als Grund dafür angibt, dass die Zeit eine Richtung hat – er spricht sogar von drei Zeitpfeilen: dem thermodynamischen, dem psychologischen und dem kosmischen –,[6] lehnt Richard A. Muller (2018) dies ab:

„Ein solch falsch eingesetztes Puzzlestück war die Erklärung des Zeitpfeils durch die Entropie! Die Zivilisation baut nicht auf der Zunahme der Entropie auf, sondern auf ihrer lokalen Abnahme.“[7]

Seiner Meinung zufolge:

6 Hawking 2018, Kapitel 9, S. 182–195.
7 Muller 2018, S. 397.

„[…] ist der Urknall eigentlich eine Explosion der vierdimensionalen Raumzeit. Demnach wird durch die Hubble-Expansion nicht nur Raum geschaffen, sondern auch Zeit. Die ständige, fortdauernde Entstehung von Zeit gibt sowohl die Richtung als auch das Tempo des Zeitpfeils vor. Das Universum wird in jedem Augenblick ein wenig größer, und es existiert ein wenig mehr Zeit; diese vorderste Front der Zeit ist das, was wir als *Jetzt* bezeichnen."[8]

Und Rovelli (2018b) sagt dazu: „‚Jetzt' ist bedeutungslos."[9] Ganz anders sieht das Fay Dowker (2014). Die Raumzeit erscheint den meisten Beobachtern als ein festgefügtes Ganzes. Dowker hingegen meint, dass diese Struktur nicht so festgefügt ist; sie sieht das Universum als einen Quantenhaufen von Raumzeitkörnern. Die Raumzeit wirkt nur deswegen auf uns als homogen, weil wir kleine Dinge wie die Raumzeitwürfel nicht wahrnehmen können. Sie postuliert die Existenz von *Raumzeitatomen*:

„There are strong, physical arguments that the smooth manifold structure of spacetime must break down at the Planck scale where quantum fluctuations in the structure of spacetime cannot be ignored. The most convincing evidence that spacetime cannot remain smooth and continuous at arbitrarily small scales and that the scale at which the continuum breaks down is the Planck scale is the finite value of the entropy of a Black Hole. Fundamental spacetime discreteness is a simple proposal that realises the widely held expectation that there must be a physical, Planck scale cutoff in nature. According to this proposal, spacetime is comprised of discrete "spacetime atoms" at the Planck scale."[10]

Wenn dann Carlo Rovelli in seinen (mit offenbar großer Begeisterung geschriebenen) Büchern (2018a, b) aus der Theorie der Quantengravitation ableitet: „Der Raum existiert nicht, es existiert nur ein Gravitationsfeld.",[11] und dann daraus mit der speziellen Relativitätstheorie schließt: „Die Nicht-Existenz des Raumes impliziert die Nicht-Existenz der Zeit.", kommt er zu dem Ergebnis: „Raum und Zeit im üblichen Sinne werden aus der Grundlagenphysik verschwinden. Ihr Platz wird von Relationen von Objekten eingenommen." Lee Smolin, ein Mitentwickler der Theorie der Quantengravitation und Freund von Carlo Rovelli, hat inzwischen seine (bis dahin gleichlautende) Meinung geändert und in seinem Buch Smolin (2014) die Zeit rehabilitiert.[12] Rovelli argumentiert weiter:

„Die Zeit tritt lediglich im Kontext der statistischen Physik auf. Das heißt, es handelt sich um ein emergentes Phänomen, erzeugt von einer ganzen Reihe von mikroskopischen Prozessen, die sich aber nur großmaßstäblich, makroskopisch manifestieren. Anders gesagt: Die Zeit ist eine Folge unseres Nichtwissens, was die Details der Welt betrifft."

Und dann kommt es ganz hart, wenn der französische Spitzenmathematiker Alain Connes und Carlo Rovelli erklären: „Der eigentliche, tiefe Ursprung der Zeit ist die nicht-kommutative Struktur der Quantenmechanik!"[13]

Mindestens ebenso unübersichtlich ist die „Welt der Zeit" in der Soziologie, Psychologie und Philosophie – ganz zu schweigen von den vielen Ratgeberbüchern. Ich zitiere einige Sätze aus der Einleitung des Buches der Soziologin Helga Nowotny (1993), in dem es um qualitative Veränderungen in der Zeitwahrnehmung, im Zeitempfinden und in der gesellschaftlichen wie individuellen Strukturierung von Zeit geht:

„Zeit ‚steckt' in uns."
„Wir lernen, in der Zeit der Gesellschaft zu leben."
„Zeit tritt uns als sonderbares Ding entgegen."
„Denn es sind wir Menschen, die die Zeit machen."

8 Ebenda, S. 399.
9 Rovelli, 2018b, S. 39.
10 Dowker 2014, S. 5.
11 Vgl. Rovelli 2018a, b.
12 Vgl. Smolin 2014 und Rovelli 2018a, S. 141ff.
13 Rovelli 2018b, S. 116–119.

„Doch Zeit kümmert sich nicht um disziplinäre Grenzziehungen, so wenig, wie es gelingt, sie im Alltagsleben einzufangen und zu fixieren."
„Im Mittelpunkt meines Interesses steht die Frage: wie verändert sich Zeit?"[14]

Diese Sätze sind aus dem Zusammenhang gerissen. Lokal argumentiert Helga Nowotny jeweils schlüssig. Was aber sagt uns das in der Gesamtschau?

Wie Rovelli in physikalischen Zusammenhängen, beschreibt der Soziologe Norbert Elias (1992) Zeit als ein emergentes Phänomen, das durch soziale Koordinierungs- und Abstimmungsbedarfe entsteht. In seinem Vorwort stellt er fest:

„Die Selbstregulierung von Menschen im Sinne der Zeit setzt sehr allmählich im Laufe der Menschheitsentwicklung ein. Und erst auf relativ späten Stufen dieser Entwicklung wird ‚Zeit' zum Symbol eines unentrinnbaren und allumfassenden Zwanges."[15]

Elias' erster Versuch der Definition von Zeit lautet entsprechend:

„Das Wort ‚Zeit' […] ist ein Symbol für eine Beziehung, die […] eine Gruppe von Lebewesen mit der biologischen Fähigkeit zur Erinnerung und zur Synthese, zwischen zwei oder mehreren Geschehensabläufen herstellt, von denen sie einen als Bezugsrahmen oder Maßstab für den oder die anderen standardisiert."[16]

Philosophen haben sich zu allen Zeiten auf unterschiedlichste Weise zum Thema Zeit geäußert. Ich möchte hier nur kurz auf das Buch von Norman Sieroka (2018) eingehen, das einen lesenswerten Überblick über die verschiedensten Aspekte von „Zeit" gibt.

„Der Hauptteil des Buches gliedert sich entlang der gerade eingeführten groben Unterscheidung zwischen Zeit als etwas, das es in der metaphysischen und physikalischen Wirklichkeit gibt und das vermeintlicherweise unabhängig ist vom Menschen […], und Zeit als etwas, das insbesondere menschliche Wahrnehmungen, Erfahrungen und Handlungen strukturiert […] Diese Unterscheidung spiegelt zum einen die genannte These wider, wonach Zeit eine grundlegende Dimension des menschlichen Daseins ist."[17]

Auf derselben Seite (und anderen) spricht Sieroka von „Erscheinungsformen der Zeit".

Auch Mathematiker haben sich natürlich mit dem Wesen von Zeit beschäftigt. Aus der Vielzahl von Beiträgen dazu zitiere ich Ivar Ekeland:

„Die Mathematik oszilliert zwischen zwei Konzeptionen der Zeit. Die eine, die sich zwanglos in die Sprache der Geometrie übersetzen läßt, ist eine globale Konzeption, in der die Gegenwart die Zukunft herbeiruft und auf die Vergangenheit antwortet, so wie die entferntesten Galaxien durch ihre Newtonsche Anziehung die Bewegung der Moleküle hier auf Erden beeinflussen. Die andere sieht im Fluß der Zeit eine Abfolge von im wesentlichen unabhängigen Zuständen, […]. Die wahre Natur der Zeit entzieht sich der Mathematik."[18]

19. Zeit: Meine Auffassung

Was soll man davon halten, dass Zeit gut, schlecht, genau, knapp, alt, neu, verrückt und schön sein kann, dass man viel, wenig und ausreichend Zeit vor langer, kurzer oder geraumer Zeit haben konnte, dass Zeit fließt, rast, kriecht, verrinnt, davonläuft und wir Zeit verbringen, nehmen, schinden, sparen und verschwenden können? Stimmt es, dass Zeit da ist, wo sich

14 Nowotny 1993, S. 7–16 (Einleitung).
15 Elias 1992, S. XXX.
16 Ebenda, S. 11f.
17 Sieroka 2018, S. 11.
18 Ekeland 1985, S. 137.

etwas abkühlt oder wo etwas Entropie erzeugt?[19] Die erwähnten wilden Spekulationen über die physikalische Zeit existieren parallel, sie widersprechen einander, jedoch nicht den gegenwärtigen Kenntnissen über die Zeit. Was sagt uns das alles?

Als mir bei der Vorbereitung zu diesem Vortrag endlich bewusst wurde, dass in Mathematik und Informatik Zeitdauern nur durch Zählen definiert werden und Uhren auch nichts anderes machen, sah ich auf einmal einen Zusammenhang mit der Mathematik und ihrem Selbstverständnis. Eine viel diskutierte Frage ist dabei: Ist Mathematik erfunden oder entdeckt? Ich bin nach einigen Anpassungen zu der Überzeugung gelangt, dass – abgesehen von einigen Grundfertigkeiten unseres Gehirns und einigen wenigen Vorprägungen – Folgendes gilt: Mathematik ist eine Errungenschaft des menschlichen Geistes und damit erfunden. Das beinhaltet auch die Aussage, dass, bis vielleicht auf ganz kleine natürliche Zahlen, alle Zahlen – auf Erfahrungen in unserer Lebensumwelt basierend – von Menschen konstruiert sind. Dies wird überzeugend in dem Buch von Klaus Truemper (2017) durchargumentiert. Diese Meinung wird keineswegs von allen Mathematikern geteilt.

Diese Analogie und die vielen „Ungereimtheiten", die in den Beschreibungen von Zeit auftreten, führen mich zu der Behauptung, dass es „Zeit an sich" gar nicht gibt und dass Zeit eine Konstruktion des menschlichen Geistes ist. Es ist aber noch komplexer.

Wenn der Philosoph Norman Sieroka von Erscheinungsformen der Zeit spricht, dann impliziert das, dass es „Zeit an sich" gibt, diese uns nur unterschiedlich in der Welt entgegentritt. Auch der Mathematiker Ivar Ekeland glaubt, wenn er die Natur der Zeit erwähnt, dass „Zeit an sich" existent ist.

Ein häufiges Argument dafür, dass Mathematik entdeckt und nicht erfunden ist, ist, dass alle Völker der Welt Zahlen kennen; analog wird behauptet, dass das Wort Zeit in allen Sprachen der Welt vorkommt. Dies ist plausibel, aber inzwischen sind Volksgruppen gefunden worden, die keine Zahlen kennen. Ein Beispiel dafür sind die Pirahã aus dem Amazonasgebiet. Ebenso gibt es Indianerstämme in Nordamerika, die kein Wort für Zeit haben. Dies ist ausführlich für die Algonquin in Pritchard (1997) dokumentiert. Der Schluss liegt nahe, dass sowohl Zahl als auch Zeit Begriffe sind, die sich aufgrund unterschiedlicher Notwendigkeiten zur Bewältigung von Problemen, zum Verständnis der Welt und zur Kommunikation kulturell entwickelt haben. Offenbar haben nicht alle Menschen eine Vorstellung von Zeit. Und wenn Sie eine haben, bezeichnet das Wort Zeit überall dasselbe?

Auch hier ist es hilfreich, sich verschiedene Sprachen anzuschauen. Jan Assmann (2020) erläutert die Zeitbegriffe in Ägypten:

„Die alten Ägypter hatten zwei Wörter für Zeit […]: *Neheh* und *Djet*. […] Solange etwas ist: das ist Neheh, die Zeit in ihren kreisenden Abläufen der Tage, Monate, Jahre, Zeit, wie sie endlos immer wiederkehrt, auch wenn sich darin die verschiedensten Dinge ereignen. Das, was es gewesen sein wird, die Zeit der vollendeten Bestände, das ist Djet, die Zeit der unabsehbaren und unwandelbaren Dauer."[20]

Mein Linguistik-Kollege Wolfgang Klein hat mir die Situation im Altgriechischen erläutert:

„Im Griechischen gibt es nun zumindest drei andere Wörter für Zeit als *chronos*, nämlich *kairos*, *epoche* und *ora*; *kairos* bezeichnet so etwas wie den rechten Zeitpunkt (‚jetzt ist es Zeit zu gehen'), *epoche* so etwas wie die Zeitalter, Saison oder eben Epoche, und *ora* so etwas wie die Tageszeit (deutsch oft Stunde oder Uhr, wie in ‚um vier Uhr')."

19 Rovelli 2018a, S. 158.
20 Assmann 2020, S. 102.

Diese Liste kann man für andere Sprachen fortsetzen. Die Begriffsbildung bei den Bemühungen, Zeit zu verstehen und Zeitaspekte zu kennzeichnen, hat in verschiedenen Sprachen und Kulturkreisen zu durchaus unterschiedlichen Ergebnissen geführt.

Nimmt man jetzt die unterschiedlichen Zeitbegriffe in der Physik, Biologie, Psychologie usw. hinzu, so wird einem bewusst, dass unser Wort „Zeit" kein Begriff mit klarer Bedeutung ist. Im Gegenteil, das Wort „Zeit" ist (linguistisch ausgedrückt) heutzutage eine „mentale Informationseinheit" oder „lexikalische Einheit mit multifunktionalem Charakter"; Zeit werden einfach eine Vielzahl von Eigenschaften zugeschrieben. Dies ist der entscheidende Punkt. Zeit hat keine Eigenschaften, Eigenschaften werden ihr aus den unterschiedlichsten Blickwinkeln und basierend auf unterschiedlichen Erfahrungen und Erkenntnissen „zugeschrieben".

Ich schließe mich den Ausführungen von Norbert Elias in diesem Sinne an, wenn er schreibt:

„In einer Welt ohne Menschen […] gäbe es auch keine Zeit. […] die Zeit ist eben nicht einfach eine ‚Idee', die gleichsam aus dem Nichts im Kopf eines einzelnen Menschen auftaucht. Sie ist auch eine je nach Stand der sozialen Entwicklung verschiedene soziale Einrichtung. […] Das Erinnerungsbild von der Zeit, die Vorstellung von ihr, die ein einzelner Mensch besitzt, hängt von dem Entwicklungsstand der die Zeit repräsentierenden und kommunizierenden sozialen Institutionen ab und von den Erfahrungen, die der Einzelne mit ihnen von klein auf gemacht hat."[21]

Die physikalische Zeit ist historisch erst spät aus der sozialen Zeit hervorgegangen, beansprucht aber heute die Herrschaft über den Zeitbegriff, wie die Vielzahl der Physik-orientierten Bücher belegt, die derzeit über Zeit erscheinen. Wenn sich die Physiker einig wären, wäre das vielleicht ein guter Startpunkt, über das Verhältnis von physikalischer Zeit und Zeit in anderen Gebieten nachzudenken. Aber so beinhaltet der abstrakte Begriff „Zeit" ein Sammelsurium von konkreten und abstrakten zugeschriebenen Eigenschaften. Man kann das wie Rovelli vornehmer ausdrücken: „Was wir ‚Zeit' nennen, ist eine komplexe Ansammlung aus Strukturen oder verschiedenen Schichten."[22]

Die Frage ist nun, wie man sich zu diesen Befunden stellt. Verschiedene Fachgebiete und Kulturen konstituieren Zeit offenbar auf jeweils eigene Weise. Soll man sich weiterhin das Ziel setzen, die Ungereimtheiten aufzuklären und dem Wesen der „Zeit an sich" auf die Spur zu kommen? Sieroka z. B. sieht das so: „[…] die zentrale Aufgabe aller Philosophie" ist „im vorliegenden Kontext […] die Koordination verschiedener Annahmen und Auffassungen über Zeit […]".[23] Oder soll man die Idee, dies bewerkstelligen zu können, aufgeben?

Wir können sicherlich eine Datenbank über die Eigenschaften anlegen, die dem Begriff Zeit zugeschrieben werden, aber wir sollten ehrlich sein und den Mut haben zuzugeben, dass wir „Zeit an sich" einfach nicht verstehen. Der Kirchenvater Augustinus hat diesen Mut gehabt. Seine Feststellung „Was ist also die Zeit? Wenn mich niemand darüber fragt, so weiß ich es; wenn ich es aber jemandem auf seine Frage erklären möchte, so weiß ich es nicht." ist offenbar die meistzitierte Äußerung über die Zeit. Seit 1600 Jahren sind enorm viele Veröffentlichungen zum Thema Zeit erschienen, aber Augustinus würde heute dasselbe sagen müssen.

Aus meiner Sicht ist es (für die Wissenschaft) völlig ausreichend, sich mit speziellen Aspekten der Zeit im Hinblick auf bestimmte Anwendungen, Fachgebiete oder Erfahrungen

21 Elias 1992, S. XX–XXI.
22 Rovelli 2018b, S. 11.
23 Sieroka 2018, S. 8.

zu befassen und den darauf bezogenen Zeitbegriff klar (möglichst mit der Einführung neuer Begriffe, um Unterscheidbarkeit und Eindeutigkeit zu schaffen) zu beschreiben und damit ein präzises mathematisches Modell der „Zeit in dieser speziellen Situation" zu entwickeln. Mathematik und Informatik machen das z. B. durch die Definition von Laufzeit als Zählvorgang so. Wenn ein solches Modell für die betreffende Anwendung oder den speziellen Aspekt hilfreich ist, sollten wir uns darüber freuen und uns nicht daran stören, dass dieses Modell mit anderen Zeitmodellen vielleicht nicht kompatibel ist. Auch Mathematiker müssen lernen, mit Widersprüchen zu leben.

Zusammengefasst: Wir sollten das Wort „Zeit" in der Wissenschaft vermeiden und möglichst durch anwendungsspezifische Begriffe ersetzen. Kurz: Geben wir der Zeit eine Auszeit. Es ist natürlich unmöglich, das Wort Zeit aus der Sprache des täglichen Lebens zu entfernen, und das wäre auch nicht wünschenswert, denn dann könnten wir „Ich habe keine Zeit" nicht mehr als Ausrede verwenden für „Ich habe keine Lust".

Literatur

Assmann, J.: Chronoi – die Vervielfältigung der Zeit. Nova Acta Leopoldina NF Nr. *425*, 97–108 (2020)

Dowker, F.: The birth of spacetime atoms as the passage of time. https://arxiv.org/pdf/1405.3492.pdf (2014)

Ekeland, I.: Das Vorhersehbare und das Unvorhersehbare: Die Bedeutung der Zeit von der Himmelsmechanik bis zur Katastrophentheorie. München: Harnack 1985

Elias, N.: Über die Zeit. 4. Aufl. Frankfurt (Main): Suhrkamp 1992

Hawking, S.: Die illustrierte kurze Geschichte der Zeit. 9. Aufl. Reinbek: Rowohlt Taschenbuch Verlag 2018

Muller, R. A.: Jetzt. Die Physik der Zeit. Frankfurt (Main): S. Fischer 2018

Nowotny, H.: Eigenzeit. Frankfurt (Main): Suhrkamp 1995

Pritchard, E. T.: No Word for Time: The Way of the Algonquin People. Tulsa, Oklahoma: Council Oak Books 1997

Rovelli, C.: Und wenn es die Zeit nicht gäbe? Reinbek: Rowohlt Taschenbuch Verlag 2018a

Rovelli, C. Die Ordnung der Zeit. Reinbek: Rowohlt 2018b

Smolin, L.: Im Universum der Zeit, Auf dem Weg zu einem neuen Verständnis des Kosmos. München: Deutsche Verlags-Anstalt 2014

Sieroka, N.: Philosophie der Zeit: Grundlagen und Perspektiven. München: C. H. Beck 2018

Truemper, K.: The Construction of Mathematics: The Human Mind's Greatest Achievement. Plano, Texas: Leibniz Company 2017

Prof. Dr. Martin Grötschel
Länderallee 11
14052 Berlin
Bundesrepublik Deutschland
Tel.: +49 30 3657329
Fax: +49 30 36802668
Mobil: +49 160 97256943
E-Mail: groetschel@bbaw.de