

DFG-
Forschungszentrum
Mathematik für
Schlüsseltechnologien
www.fzt86.de

Projekt B10

Describing Polyhedra by Polynomial Inequalities

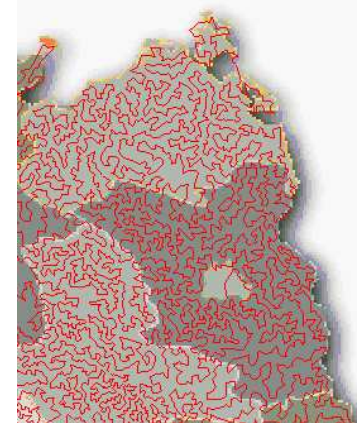
Hartwig Bosse Martin Grötschel



Konrad-Zuse-Zentrum
für Informationstechnik
Berlin
www.zib.de

Kombinatorische Optimierung

Das Lösen schwerer kombinatorischer Probleme, wie dem "Traveling Salesman Problem" (TSP), erfolgt häufig durch Modellierung als lineares Programm: Erfolgreiche Lösungen nutzen das komplexe Wechselspiel zwischen der kombinatorischen Struktur des Problems und den geometrisch-algebraischen Eigenschaften des zugehörigen Polyeders. Dieses Zusammenspiel aus Geometrie, Algebra und Numerik, ermöglichte das Lösen vieler schwerer kombinatorischer Optimierungsprobleme, unter Verwendung von Schnittebenenverfahren im sogenannten "polyedrischen" Verfahren.



Optimale Lösung eines TSP.

TSP

Polyeder

LP

Beschreibung
durch Polynome

Die neue Beschreibung von Polyedern als Lösungsmengen weniger polynomieller Ungleichungen (*semi-algebraische Mengen*), ermöglicht neue Ansätze bei der Lösung linearer Programme, die sich aus kombinatorischen Optimierungsaufgaben ergeben.

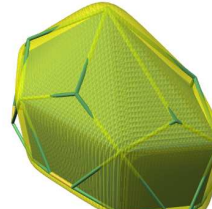
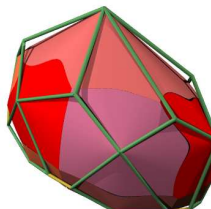
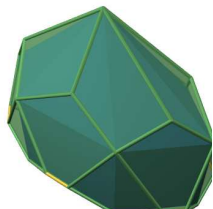
Beschreibung von Polyedern durch wenige Polynome

Motiviert durch ein elementares Ergebnis aus der semi-algebraischen Geometrie durch Bröcker und Scheiderer, wurde eine in diesem Projekt neue Beschreibung für Polyeder entwickelt:

Theorem: Jedes Polyeder in \mathbb{R}^n läßt sich durch $2n$ -viele polynomielle Ungleichungen beschreiben.

Die hierbei benutzten Polynome können explizit konstruiert werden: Sie basieren auf Summen von Quadraten linearer Polynome, für die mit Semidefinitiver Programmierung ein erfolgreiches Optimierungskonzept existiert.

Weiteres Ziel des Projektes ist, die Ergebnisse für solche Klassen von Polyedern zu untersuchen, die für die kombinatorische Optimierung relevant sind.



Spezielle Polynomgleichungen bilden Approximationen an ein gegebenes Polyeder.