

»Mathematiker müssen radikal sein«



WAS MACHEN EIGENTLICH MATHEMATIKER DEN GANZEN TAG? P.M.-AUTOR MICHAEL KNEISSLER SPRACH DARÜBER MIT PROFESSOR MARTIN GRÖTSCHEL VON DER TECHNISCHEN UNIVERSITÄT BERLIN – UND ENTDECKTE DIE MENSCHEN HINTER DEN ZAHLEN

FOTOS: MANFRED KLIMEK

P.M.: Professor Grötschel, was haben Sie heute schon alles gerechnet?

Grötschel: Wir entwickeln gerade mathematische Modelle für den Einsatz von Aufzugsystemen in Hochhäusern und von Fahrzeugen zum Transport von Erzen in australischen Bergwerken. Es geht darum, mithilfe von Algorithmen die Abläufe so zu optimieren, dass die riesigen Mengen von Menschen und Material schnell und kostengünstig transportiert werden können.

Was sind Algorithmen?

Ein Algorithmus ist eine Handlungsanweisung zum Lösen einer Aufgabe. Ein Kochrezept beispielsweise ist ein Algorithmus, um eine Mahlzeit herzustellen. Die Algorithmen, über die wir sprechen, sind jedoch im allgemeinen Programme, die auf einem Computer ablaufen.

Das heißt, Sie programmieren einen Computer so, dass er – in diesem Fall – die Aufzüge möglichst perfekt steuert?

So ungefähr. Wir versuchen das praktische Problem, das uns von der Industrie geschildert wird, in mathematische Formeln zu übersetzen. Das nennen wir mathematische Modellierung. Modellierung ist ein Prozess, der interaktiv mit Fachleuten aus der Anwendung abläuft. Manchmal dauert es fünf Minuten und manchmal zwei

Jahre, bis wir verstehen, wie das aus mathematischer Sicht funktioniert. Und wenn wir es verstanden haben, wird es auch nicht unbedingt einfacher, denn es gibt womöglich verschiedene mathematische Modelle, und wir müssen herausbekommen, welches für unser Problem am besten geeignet ist.

Also das Prinzip von Versuch und Irrtum. Und ich dachte, Mathematik sucht immer nach der einen einfachen Lösung?

Eigentlich schon. Aber manchmal führt die mathematisch eleganteste Lösung zu Algorithmen, für die der Computer zu lange braucht. Dann forschen wir eben nach einer weniger eleganten Formel, die dafür aber schneller zum Ziel führt.

Was genau ist eigentlich Mathematik?

Mathematik entwickelt Konzepte des abstrakten Denkens über Objekte. Wir nennen so etwas mathematische Struk-

turen. Und wir versuchen, über diese Strukturen Aussagen zu machen. Solche Aussagen nennen wir mathematische Sätze. Dazu verwenden wir unter anderem Zahlen und Formeln. Zunächst gab es in der historischen Entwicklung der Mathematik nur positive ganze Zahlen, wahrscheinlich um Vieh zu zählen und Vorräte zu bemessen. Dann wurden vermutlich negative Zahlen eingeführt, zum Beispiel um Schulden zu bezeichnen. Und später wurde dann die Null erfunden, man brauchte ja einen Übergang von positiven zu negativen Zahlen.

In der Mathematik ging es zunächst also nur um die Organisation des täglichen Lebens?

Mathematik wurde notwendig, so vermutet man heute, als die Menschen sesshaft wurden und begannen, Handel zu treiben. Trotzdem war Mathematik den Menschen auch unheimlich. Ich bin sicher, dass negative Zahlen manchen als Teufelszeug galten. Noch unheimlicher wurde die Mathematik, als sie Zahlen entdeckten, die man gar nicht aufschreiben kann: Pi zum Beispiel oder die Wurzel aus zwei. Das machte den Menschen Angst. Sie nannten diese Zahlen irrationale Zahlen. Dieses Wort bezeichnet eigentlich nur Zahlen, die nicht durch ein Verhältnis ausgedrückt werden können. Irrational bedeutet im normalen Sprachgebrauch »der Vernunft widersprechend«. Das sagt ja schon viel.

Was ist der Unterschied zwischen »reiner« und »schmutziger« Mathematik?

Reine Mathematik befasst sich mit innermathematischen Fragen und ist eigentlich nicht daran interessiert, wie man ihre Ergebnisse praktisch anwendet. Zahlentheorie zum Beispiel ist reine Mathematik. Angewand-

te Mathematik galt im Unterschied dazu als »schmutzig«. Aber unterdessen hat sich herausgestellt, dass reine Mathematik sehr oft doch Auswirkungen in der Praxis hat.

Hat der Mensch die Mathematik erfunden? Oder war sie schon vorher da, und wir haben sie nur entdeckt?

Darüber macht sich jeder Mathematiker Gedanken. Viele von uns glauben, dass Mathematik eigentlich schon immer da war – unabhängig von Raum und Zeit. Und wir entdecken die Strukturen und Gesetze der Mathematik wie die Physiker die der Natur. Aber dann wiederum haben wir Zweifel, wenn wir Axiomensysteme zusammenstellen und Gebilde bauen, die vorher noch nie jemand betrachtet hat. Dann fühlen wir uns manchmal als Schöpfer. Für mich persönlich ist Mathematik eine Schöpfung des menschlichen Geistes. Und es ist wunderbar, dass diese Schöpfung von allen Menschen auf der Erde, die sich damit befassen, auf gleiche Weise gesehen wird.

Könnten Außerirdische – falls es sie gibt – unsere Mathematik verstehen?

Wenn sie überhaupt etwas von uns verstehen, dann sind es wahrscheinlich mathematische Formeln. Deshalb enthalten Weltraumkapseln, die unser Sonnensystem verlassen, Botschaften, die aus mathematischen Formeln bestehen, zum Beispiel den Satz des Pythagoras ...

... $a^2 + b^2 = c^2$...

... genau. Diese Formel, die den Flächeninhalt der Quadrate über den Seiten eines rechtwinkligen Dreiecks beschreibt, ist in fast allen menschlichen Kulturen entdeckt worden, und wir haben das Gefühl, dass

ZUR PERSON

Prof. Martin Grötschel (58) ist Vizepräsident des Konrad-Zuse-Zentrums für Informationstechnik und Sprecher des DFG-Forschungszentrums Matheon, in dem die besten Mathematiker der Berliner Unis zusammenarbeiten. Kürzlich wurde er zum Generalsekretär des Mathematik-Weltverbands gewählt

außerirdische Gesellschaften, die zu formal-abstraktem Denken fähig sind, ähnliche Dinge auch erfunden haben müssten.

Ist Mathematik für Sie eher Geisteswissenschaft oder eher Naturwissenschaft?

Beides. Das ist die Zweigesichtigkeit der Mathematik. Manchmal entdecken wir Mathematiker etwas, dann ist es Naturwissenschaft. Aber manchmal haben wir auch das Gefühl, wir hätten ein Konzept entwickelt, das eigentlich nicht in der Natur vorkommt, dann ist es eine Erfindung, dann ist es Geisteswissenschaft.

Es gibt komplexe mathematische Strukturen, die von den Menschen in die Welt gebracht wurden?

Ja, natürlich. Aber letztend-

lich immer einig, oder bekämpfen sich da die unterschiedlichen Fraktionen?

Jetzt gibt es kaum noch Sektenkriege in der Mathematik. Aber vor hundert Jahren war das noch ganz anders. Da standen die so genannten Intuitionisten gegen die »normalen« Mathematiker. Es ging darum, wie man Beweise führt. Die Streitfrage war, welche Art von Beweisen zulässig ist und welche nicht. Die Intuitionisten verfolgten besonders strenge Beweisregeln, die nach Ansicht der anderen die Mathematik einengte. Wenn man bestimmte Schlussweisen nicht erlaubt, dann reicht die Mathematik nicht mehr so weit. Das ist ungefähr so, als ob man Handwerkern den Schraubenzieher wegnimmt, das limitiert ihre Möglichkeiten ebenso.

tive Formen hervorbringen. Sie sagen: Wir entwickeln enorm viel Fantasie, und aus dieser Fantasie entspringt unsere Möglichkeit, neue Strukturen zu sehen und diese mathematisch zu bearbeiten.

Ticken Mathematiker anders als normale Menschen?

Es schadet nichts, unvoreingenommen über Dinge nachzudenken. Gute Mathematiker sind immer unkonventionell und radikal.

Aber an den Grundprinzipien der Mathematik, den Axiomen, können Sie auch nicht rütteln?

Wer sagt das denn?

Mein Mathe-Lehrer früher. Axiome sind unverrückbare mathematische Grundsätze, die nicht bewiesen werden müssen

»Wir beschreiben die Welt, wie wir sie verstehen, nicht, wie sie ist. Wie sie wirklich ist, weiß Gott allein. Falls es ihn gibt.«

lich erfinden wir nicht die Welt, sondern Mathematik ist eine Methode, die Welt zu sehen und zu beschreiben. Ob die Welt wirklich so ist, wie wir denken, wissen wir Mathematiker auch nicht. Es ist ja nicht so, dass zum Beispiel das Gravitationsgesetz in seiner mathematischen Form der Natur bekannt ist – es ist nur uns bekannt. Tiere spüren es auch, sie können das Gesetz instinktiv bei ihren Bewegungsabläufen einsetzen, aber nicht mit der Präzision, wie wir Menschen es zum Beispiel in der Technik tun.

Sind sich Mathematiker eigent-

liche Streitigkeiten sind inzwischen behoben?

Die Auseinandersetzung schwelt im Untergrund weiter. Wir Mathematiker sind pragmatische Leute: Jeder arbeitet mit der Beweismethode, die er für richtig erachtet. Und normalerweise zeigt sich in der Praxis, ob der Beweis funktioniert oder nicht.

Manche Menschen halten Mathematik für große Kunst wie Musik, Malerei oder Dichtung.

Es gibt tatsächlich mathematische Fachkollegen, die sich als Künstler sehen, weil sie wie Künstler aus dem Nichts krea-

– so etwa lautet doch die Definition.

Axiome sind dafür da, Grundsätze für die mathematische Arbeit festzulegen, das stimmt. Aber wir können die Grundlagen jederzeit verändern. Wir können Axiome akzeptieren, verwerfen, neu erfinden. Das tun wir übrigens ständig. Mathematik unterliegt der Evolution, schlechte Axiome verschwinden, gute bleiben bestehen.

Kommen wir zu den Zahlen – und wieder die fast philosophische Frage: Waren sie bereits vor uns Menschen da?

Oder haben wir die Zahlen erfunden?

Ich glaube, wir Menschen haben die Zahlen erfunden. In primitiven Kulturen gab es kaum Zahlen. Die hatten eins, zwei, drei und viele. Aber sie hatten so etwas wie ein konkretes Mengenverständnis: Viele Kühe waren eine Herde, viele Vögel eine Schar, viele Fische ein Schwarm. Dass sieben Kühe und sieben Fische gleich viele Tiere sind, war unseren Vorfahren zunächst nicht unbedingt klar. Das Konzept der Zahlen kam erst später. Die Schaffung eines abstrakten Zahlensystems ist für mich eine der ganz großen Hervorbringungen des menschlichen Geistes.

Die Zahlen hat also nicht Gott geschaffen, die stammen aus unserem Kopf?

Zahlen sind ein Teilaspekt unserer menschlichen Interpretation der Welt.

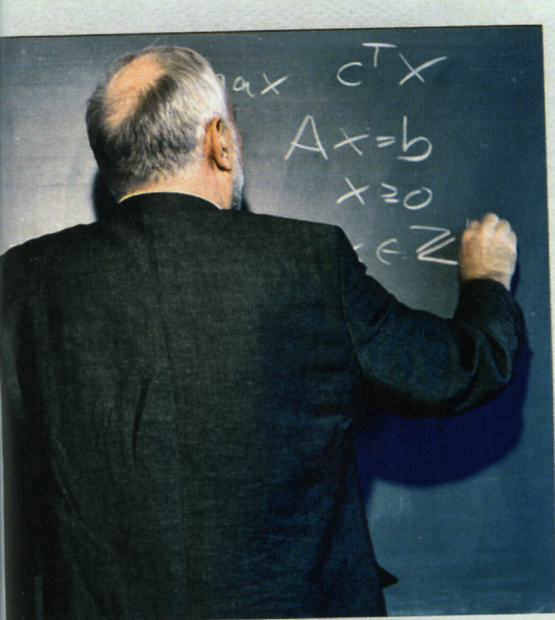
Die Unglückszahlen 13 und 23, die Zahl 666 für den Satan: Was halten Sie von solcher Zahlenmystik?

Ich persönlich halte das für kompletten Unsinn.

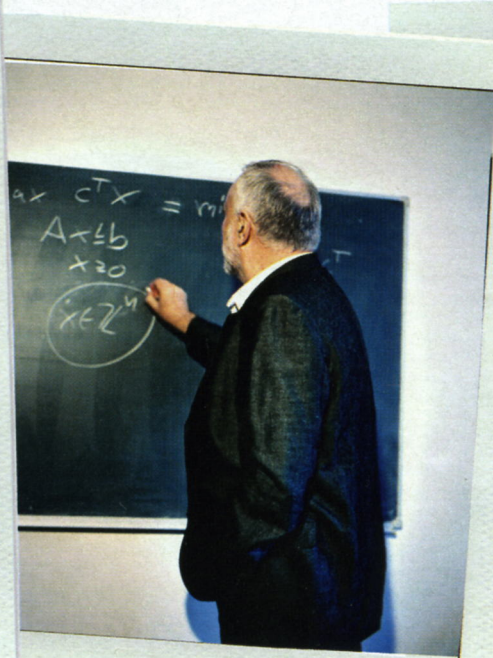
Aber warum sind so viele Menschen davon fasziniert? Warum spielen Zahlen angeblich sogar in der Bibel eine Rolle?

Vielleicht sind das soziale Phänomene, mathematische sind es jedenfalls nicht. Schauen Sie mal die Unglückszahlen an: Die sind doch überall anders. Bei uns ist es die 13, in China die 4. In Vietnam ist die 9 eine Glückszahl, in China die 8. Das hat mit Mathematik absolut nichts zu tun.

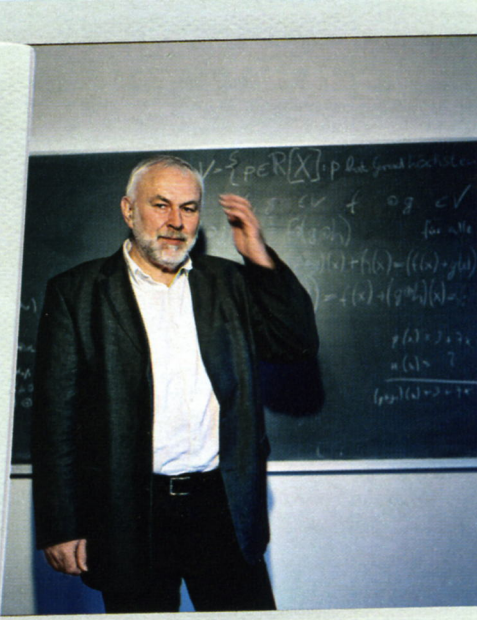
Trotzdem fällt auf, dass Zahlen wie die 23 immer wieder in Zusammenhang mit schrecklichen Ereignissen auftauchen. Sogar aus dem 11.9.2001, dem Datum



»Wenn Aliens überhaupt etwas von uns verstehen ...



... dann sind es wahrscheinlich mathematische Formeln ...



... deshalb enthalten Weltraumkapseln den Satz des Pythagoras«

des Anschlags auf das World Trade Center, wollen manche die Zahl 23 ableiten.

Für mich ist das purer Zufall. Wenn Sie kleine Zahlen haben, summieren sich diese immer zu irgendwas. Und da fast alle kleinen Zahlen in irgendeiner Kultur oder Religion irgendeine besondere Bedeutung haben, lässt sich immer eine passende Interpretation finden. Mathematiker lachen darüber nur. Wir halten das alles für Quatsch.

Mathematiker sind von Problemen fasziniert, bei denen sich der normale Mensch oft fragt, was daran eigentlich so spannend sein soll. Eines dieser Probleme heißt »Fermats letzter Satz«.

Das war tatsächlich eines der größten mathematischen Rätsel überhaupt. Das Problem dreht sich um die Gleichung $x^n + y^n = z^n$. Der Satz des Pythagoras $a^2 + b^2 = c^2$ gehört zu dieser Art Gleichung. Also beispielsweise $3^2 + 4^2 = 5^2$, was $9 + 16 = 25$ ist. Die Mathematiker fragten sich aber, ob auch dann ganzzahlige Lösungen möglich

sind, wenn man statt Quadratzahlen höhere Potenzen nimmt, zum Beispiel x^3 oder y^{11} . Ein gewisser Pierre de Fermat hat vor etwa 350 Jahren auf den Rand eines Buches geschrieben, dass er dies nicht für möglich halte. Fermat schrieb weiter: »Für diese Behauptung habe ich einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, aber dieser Rand ist zu schmal, um ihn zu fassen.« Seitdem suchten alle Mathematiker der Welt nach dem Beweis zu Fermats letztem Satz.

Und – wurde dieser Beweis gefunden?

Unterdessen schon, aber es hat Jahrhunderte gedauert.

Auf den ersten Blick sieht das Fermat-Problem ja nicht sehr eindrucksvoll aus.

Das ist ja gerade das Faszinierende in der Mathematik: Sie machen eine kleine Variante einer einfachen Aufgabe, und plötzlich wird es verdammt schwierig. Das ist, als ob Sie nach der nicht so schwierigen Besteigung des Eiger über die

Westflanke sagen: Jetzt nehmen wir mal die Eigernordwand, ist ja nur eine kleine Änderung der Himmelsrichtung – und plötzlich wird es fast unmöglich.

Warum machen Mathematiker so etwas?

Weil ungelöste Probleme eine intellektuelle Herausforderung sind. Das zieht Mathematiker an. Andrew Wiles, der Mann, der Fermats letzten Satz schließlich bewiesen hat, zog sich sieben Jahre vollständig zurück und knobelte an diesem Problem, bis er 1995 die Lösung hatte. Das ist eine gute Geschichte. Aber richtig interessant ist Wiles Lösung deshalb, weil er dafür eine ganze Menge erfinden musste. Er hat neue Beweistechniken und Konzepte eingeführt und auf diese Weise neue Mathematik geschaffen.

Glauben Sie, dass es der Mathematik irgendwann gelingen wird, die Gottesformel zu finden – die eine, einfache Formel, die alles erklärt?

Auf diese Idee kommen Mathematiker nicht.

Aber Einstein hat doch schon versucht, eine »Theory Of Everything« zu entwickeln!

Er hat versucht, die Kräfte der Physik in einer Formel zusammenzufassen. Das ist zwar eine ganze Menge, aber die Welt ist damit noch längst nicht erklärt. Die Welt besteht neben Physik auch noch aus Biologie und Chemie und aus Menschen, die miteinander kommunizieren usw. usw. Wir verstehen ja noch nicht mal die Biologie richtig, geschweige denn haben wir eine Ahnung, wie unser Gehirn funktioniert. Wir sind noch ganz weit weg vom Verständnis der Dinge. Kein Mathematiker wird da eine Lösung finden. Und keiner wird sie suchen.

Eine Gottesformel wird es also nicht geben?

Nein, eine Weltformel gibt es nicht. Die Mathematik fühlt sich nicht berufen, Gott zu erklären. Wir beschreiben, wie wir die Welt verstehen, nicht, wie sie ist. Wie die Welt wirklich ist, das weiß Gott allein. Falls es ihn gibt. ◀◀