Technische Universität Berlin
Institut für Mathematik

ADM II - Diskrete Optimierung
Sommersemester 2013

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Antje Lehmann

Übungsblatt 2

Abgabetermin: 23.04.2012 bis 16:15 in MA041

Aufgabe 4. **3+7 Punkte**

Eine Firma kann 30 Mio. investieren. Dieser Betrag kann auf drei Zweigwerke aufgeteilt werden. Um die Beschäftigung an den drei Stellen einigermaßen konstant zu halten, sollen mindestens 3 Mio. bei Stelle A, mindestens 5 Mio. bei B und mindestens 8 Mio. bei C investiert werden. Aufgrund von Marktbeschränkungen wäre es Unsinn, bei B mehr als 17 Mio. zu investieren. Jedes Zweigwerk hat eine Auswahl verschiedener Projekte, die mit Investitionsmitteln beschickt werden können. Für jedes dieser Projekte ist die Rendite (jahrlicher Gewinn pro Mio. Investition) und eine Obergrenze für die zugehörige Investition bekannt. Die Daten hierfür sind:

Zweigwerk	Projekt	Rendite	Obergrenze
A	A1	8%	6 Mio.
	A2	6%	5 Mio.
	A3	7%	9 Mio.
B	B1	5%	7 Mio.
	B2	8%	10 Mio.
	B3	9%	4 Mio.
C	C1	10%	6 Mio.
	C2	6%	3 Mio.

Wie sollen die 30 Mio. auf die Zweigwerke und von dort auf die Projekte verteilt werden, um maximalen Gewinn pro Jahr zu erzielen?

a) Formuliert die Fragestellung als lineares Programm.

b) Nun erhaltet ihr als Arbeitgeber eine erschreckende Information. Die Belegschaften der Werke A, B und C haben beschlossen, in einen einmonatigen Streik zu treten, wenn ihr eigenes Werk nicht mindestens so viele Investitionsmittel erhält wie jedes der beiden anderen. Wie fällt ihr diese Entscheidung, wenn der Gewinn für das nächste Jahr maximiert werden soll? Das Problem lässt sich so angehen, dass man mehrere lineare Teilprobleme löst. Schlagt einen möglichen Lösungsweg vor und formuliert die dabei auftretenden linearen Teilprobleme.

Aufgabe 5. **3+3+4 Punkte**

Bestimmt mit Hilfe der Fourier-Motzkin-Elimination Ungleichungssysteme, die die folgenden Polyeder vollständig beschreiben:

a) $\mathsf{cone}(A)$

b) $\mathsf{conv}(B)$

c) $\mathsf{conv}(B) + \mathsf{cone}(A)$

wobei

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 6. **10 Punkte**

Sei Q Teilmenge eines Polyeders $P = P(A, b)$. Zeigt, dass $\mathsf{fa}(\mathsf{eq}(Q))$ die bezüglich Mengeninklusion kleinste Seitenfläche von P ist, die Q enthält.

Fragen: klug@zib.de