Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Axel Werner
Torsten Klug
Antje Lehmann

Übungsblatt 5

Abgabetermin: 15.05.2012 bis 14:15 in MA041

Aufgabe 13. **3+3+3 Punkte**

Ein Matroid ist ein Paar $(E, \mathcal{I})$, bestehend aus einer Grundmenge E und einem Unabhängigkeitssystem $\mathcal{I} \subseteq 2^E$, das eine der folgenden äquivalenten Bedingungen erfüllt:

(I.3) $I, J \in \mathcal{I}, |I| = |J| - 1 \quad \Rightarrow \quad \exists j \in J \setminus I$ mit $I \cup \{j\} \in \mathcal{I}$,

(I.3′) $I, J \in \mathcal{I}, |I| < |J| \quad \Rightarrow \quad \exists K \subseteq J \setminus I$ mit $|I \cup K| = |J|$, so dass $I \cup K \in \mathcal{I}$,

(I.3″) $F \subseteq E$ und B, B' Basen von $F \quad \Rightarrow \quad |B| = |B'|$.

Zeigt für ein Unabhängigkeitssystem $\mathcal{I}$ die Äquivalenz der Bedingungen (I.3), (I.3′) und (I.3″).

Aufgabe 14. **7+3 Punkte**

Zwei Matroide $(\mathcal{I}, E)$ und $(\mathcal{J}, F)$ heißen isomorph, wenn es eine bijektive Abbildung $\varphi : E \to F$ mit der Eigenschaft

$$\varphi(G) \in \mathcal{J} \Leftrightarrow G \in \mathcal{I}$$

gibt.

1. Zeigt, dass jedes graphische Matroid isomorph zu einem Matrixmatroid über dem zweielementigen Körper $GF(2)$ ist.

2. Zeigt, dass $U_{2,4}$ nicht binär ist.

Aufgabe 15. **5+5 Punkte**

a) Seien M_1 und M_2 Matroide auf einer Grundmenge E. Gebt ein Beispiel an, für das $(E, \mathcal{I}(M_1) \cap \mathcal{I}(M_2))$ kein Matroid ist.

b) Seien M_1 und M_2 Matroide mit disjunkten Grundmengen E_1 und E_2. Zeigt, dass $(E, \mathcal{I})$ mit $E = E_1 \cup E_2$ und $\mathcal{I} = \{I_1 \cup I_2 \mid I_1 \in \mathcal{I}(M_1), I_2 \in \mathcal{I}(M_2)\}$ ein Matroid ist (welches als die direkte Summe $M_1 \oplus M_2$ von M_1 und M_2 bezeichnet wird).

Fragen: klug@zib.de