

Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel  
Dr. Axel Werner  
Torsten Klug  
Antje Lehmann

## Übungsblatt 8

Abgabetermin: 5.06.2013 bis 14:15 in MA041

**Aufgabe 24.**

**10 Punkte**

Löst das folgende lineare Programm mit dem revidierten Simplexalgorithmus (Phase I und II):

$$\begin{array}{llllllllll} \min & x_1 & + & 2x_2 & & + & x_4 & + & x_5 & - & 5x_6 \\ \text{s.t.} & 6x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & - & x_4 & + & x_5 & + & 2x_6 & = & 4 \\ & 2x_1 & - & \frac{1}{3}x_2 & - & x_3 & + & x_4 & + & \frac{1}{2}x_5 & & & = & 3 \\ & 3x_1 & - & x_2 & + & 2x_3 & + & 4x_4 & + & \frac{1}{2}x_5 & + & x_6 & = & 2 \\ & & & & & & & & & & & & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 & \geq & 0 \end{array}$$

**Aufgabe 25.**

**2+2+2+2+2 Punkte**

Wir betrachten ein lineares Programm in Standardform.

$$\begin{array}{lll} \max & c^T x \\ & Ax = b \\ & x \geq 0 \end{array}$$

mit den Generalvoraussetzungen

- a)  $A$  ist  $(m, n)$ -Matrix mit  $m < n$ ,
- b)  $\text{rang}(A) = m$ ,
- c)  $P^=(A, b) \neq \emptyset$ .

Beweist oder widerlegt folgende Behauptungen:

- a) Eine Basislösung  $x$  eines linearen Programms in Standardform ist genau dann optimal wenn die reduzierten Kosten  $\bar{c} \leq 0$  sind.
- b) Sei  $B$  eine optimale Basis. Erhöht man den Wert einer Nichtbasisvariablen und passt die Basisvariablen durch die Gleichung  $x_B = \bar{b} - \bar{A}x_N$  an, so verringert sich der Zielfunktionswert.
- c) Ist  $x$  unzulässige Basislösung mit reduzierten Kosten  $\bar{c} \leq 0$ , dann gilt  $c^T x \geq c^T y$  für alle zulässigen Lösungen  $y$ .

- d) Die Anzahl der Optimallösungen, genauso wie die Anzahl der zulässigen Basislösungen ist endlich.
- e) Für jedes Lineare Programm mit  $n$  unbeschränkten Variablen existiert ein äquivalentes lineares Programm mit  $n + 1$  nicht negativen Variablen.

## Programmieraufgabe 1

Abgabetermin: In der Woche vom 24.06. bis 28.06.2013

Das Ziel der Programmieraufgabe ist es den revidierten Simplexalgorithmus (Phase I und II) zu implementieren. Die Wahl der Programmiersprache steht euch frei, insofern folgendes gegeben ist:

- Das Programm läuft unter Linux im Unix-Pool und lässt sich dort, soweit nötig, auch kompilieren.
- Das Programm lässt sich unabhängig von einer Entwicklungsumgebung, wie zum Beispiel Eclipse, starten.
- Das Programm lässt sich aus der Kommandozeile mit dem Aufruf

```
simplex <Eingabedatei> <Ausgabedatei>
```

starten. Der Name `simplex` kann, wenn nötig, auch ersetzt werden. Am Ende der Berechnung wird der Optimalwert auf der Konsole ausgegeben und die Lösung in eine Datei geschrieben.

- Ein entsprechender Compiler oder Interpreter muss frei verfügbar sein.

**Testinstanzen.** Eine Menge von Beispieldaten sind unter

<http://www.numerical.rl.ac.uk/cute/netlib.html>

zu finden.

Zu Testzwecken nutzt am besten das Beispiel vom Übungsblatt.

## **Teilaufgaben.**

1. **Datenstrukturen.** Erstellt euch geeignete Datenstrukturen.
2. **Einlesen der Daten.** Schreibt einen Parser, der MPS-Dateien einlesen kann und eure Datenstrukturen initialisiert. Recherchiert hierfür die Spezifikation des MPS-Formats im Internet.
3. **Implementieren des revidierten Simplexalgorithmus (Phase I und II).** Implementiert jeden der Schritte BTRAN, PRICE, FTRAN, CHUZR, WRETA in einer eigenen Methode. Nach jedem dieser Schritte soll es möglich sein, sich die berechneten Werte ausgeben zu lassen. Achtet jedoch darauf, dass man diese Ausgabe auch abschalten kann!
4. **Ausgabe der Lösung.** Die Lösung soll in eine Datei mit folgendem Format geschrieben werden:

```
<Optimalwert>
<Variable> <Wert>
```

Dabei sollen nur Variablen ausgegeben werden, die einen Wert ungleich Null haben.

Für die Datenstrukturen und das Invertieren der Matrix dürfen fremde Codes oder Bibliotheken genutzt werden, insofern die Herkunft dokumentiert wird.

**Abgabe.** Für die Programmieraufgabe gibt es keine Punkte. Für die erfolgreiche Teilnahme an der Vorlesung muss sie erfolgreich bearbeitet werden. Jedes Gruppenmitglied muss in der Lage sein, den Code zu erklären.

In der Abgabewoche wird es 2 Terminblöcke geben, in denen das Programm abgeben werden kann. Gern könnt ihr auch direkt einen Termin ausmachen, zum Beispiel, wenn ihr vor dem 24.06. abgeben wollt. Ihr könnt das Programm auch auf eurem Laptop oder ähnlichem präsentieren.

Viel Erfolg!

**Fragen:** klug@zib.de