Prof. Dr. Dr. h.c. mult. Martin Grötschel
Dr. Benjamin Hiller

Übungsblatt 2

Abgabetermin: 1.11.2012 bis 16:15 in MA043

Aufgabe 5.

5 Punkte

Der Spielzeugkonzern Puppele produziert zwei Typen von Puppen, die Modelle "Turamichele" und "Jim Knopf". In der Montagehalle werden für jede Turamichele 6 Minuten und für jeden Jim Knopf 10 Minuten Maschinenzeit veranschlagt. Die Fertigstellung dauert 2 Minuten pro Turamichele und 4 Minuten pro Jim Knopf. Schließlich dauert die Qualitätskontrolle 4 Minuten für jede Puppe. In der Montagehalle stehen 4 Maschinen zur Verfügung, die jeweils 45 Minuten pro Stunde in Betrieb sind. In der Fertigungshalle sind 4 Leute, mit der Qualitätskontrolle 2 Leute beschäftigt. Die Pausenzeit pro Arbeiter und pro Stunde beträgt 10 Minuten. Der Verkaufspreis für Turamichele liegt bei 50 Euro, ein Jim Knopf kostet 60 Euro. Gesucht ist diejenige Stundenproduktion, die den Profit maximiert.

- Formuliert dieses Problem als lineares Programm.
- Löst das Problem graphisch.
- Zeigt anhand des linearen Programms, dass die Bedingung, die aus den Arbeitszeiten der Fertigungshalle resultiert, redundant ist. Wieviele Arbeiter in der Fertigungshalle würden genügen, so dass die Optimallösung gleich bleibt?

Aufgabe 6.

2 Punkte

Sei $G = (V, E)$ ein Graph. Der komplementäre Graph $\bar{G}$ von G hat genau dann eine Kante, wenn G sie nicht hat, d.h. $\bar{G} = (V, \{\{x, y\} : \{x, y\} \notin E\})$. Zeigt: G oder $\bar{G}$ ist zusammenhängend.

Aufgabe 7.**6 Punkte**

Ein zusammenhängender Digraph $D = (V, A)$ heißt *eulersch*, falls es einen gerichteten geschlossenen Pfad gibt, der jeden Bogen $a \in A$ genau einmal benutzt (Eulertour).

Zeigt, dass folgende Aussagen für einen zusammenhängenden Digraphen D äquivalent sind:

1. D ist eulersch.
2. A ist die Vereinigung paarweise bogendisjunkter gerichteter Kreise.
3. Für jeden Knoten $v \in V$ sind Außengrad und Innengrad gleich:

$$|\delta^+(v)| = |\delta^-(v)|.$$

Aufgabe 8.**7 Punkte**

Beweist oder wiederlegt:

- a) $\text{lin}(S \cup T) = \text{lin}(S) + \text{lin}(T)$
- b) $\text{lin}(S - T) = \text{lin}(S) - \text{lin}(T)$
- c) $\text{cone}(S \cup T) = \text{cone}(S) + \text{cone}(T)$
- d) $\text{aff}(S \cup T) = \text{aff}(S) + \text{aff}(T)$
- e) $\text{aff}(S + T) = \text{aff}(S) + \text{aff}(T)$
- f) $\text{conv}(S \cup T) = \text{conv}(S) + \text{conv}(T)$
- g) $\text{conv}(S + T) = \text{conv}(S) + \text{conv}(T)$