

Übungszettel Nr. 1, Abgabe: 27.10.2010 um 12 Uhr

Lernziel: Einige Matheaufgaben zum Einstimmen. Die Begriffe „Abbildung“, „injektiv“, „surjektiv“ und „bijektiv“ sollen vertieft werden.

Aufgabe 1: Stellen wir uns ein 8x8-Schachbrett vor. Dieses Schachbrett wollen Sie nun mit Dominosteinen abdecken, dabei deckt ein Dominostein jeweils genau zwei waagrecht oder senkrecht benachbarte Felder ab.

1) Zeigen Sie eine Möglichkeit, das Schachbrett vollständig mit den Dominosteinen abzudecken. (1 Punkt)

2) Beweisen Sie: Wenn man zwei diagonal gegenüberliegende Eckfelder des Schachbretts ausschneidet, kann man das (restliche) Brett nicht mehr vollständig mit den Dominosteinen abdecken. (4 Punkte)

3) Beweisen Sie: Egal wie groß das „Schachbrett“ ist, ob 3x3, 4x4, 5x5 ... Diese Bretter lassen sich nicht mehr mit Dominosteinen vollständig abdecken, wenn zwei diagonal gegenüberliegende Eckfelder aus dem Brett ausgeschnitten wurden. (2 Punkte)

Aufgabe 2: Auf der Internetseite <http://www.cut-the-knot.org/pythagoras/index.shtml> finden Sie 86 verschiedene Beweise für den Satz des Pythagoras. Suchen Sie sich einen Beweis aus, den Sie gut verstanden haben, und stellen Sie diesen in eigenen Worten dar. (Mir selber gefällt Beweis Nr. 9 sehr gut, 4 Punkte)

Aufgabe 3: Betrachten Sie $f(x) := x^2 - 2x$ einmal als Abbildung

- 1) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ und einmal als Abbildung
- 2) $f: \{x \in \mathbb{R}; x \geq 2\} \rightarrow \{x \in \mathbb{R}; x \geq 0\}$,

wobei \mathbb{Z} die Menge der ganzen Zahlen und \mathbb{R} die Menge der reellen Zahlen ist. Sind diese Abbildungen surjektiv, injektiv, bijektiv? (5 Punkte)

Aufgabe 4:

Welche der folgenden Relationen sind Abbildungen?

- 1) Jedem Menschen werden alle seine Freunde zugeordnet.
- 2) Jedem Menschen wird dessen Mutter zugeordnet.
- 3) Jeder Mutter wird deren Mutter zugeordnet.
- 4) Jedem Menschen wird der Wochentag seiner Geburt zugeordnet.

Definieren Sie für die Abbildungen den Definitions- und den Bildbereich (wählen Sie dabei aus folgenden Alternativen: $\mathbf{M1}$ = Menge der Menschen, $\mathbf{M2}$ = Menge der Mütter, $\mathbf{M3} = \{\text{Mo, Di, Mi, Do, Fr, Sa, So}\}$). Sind diese Abbildungen surjektiv, injektiv, bijektiv? (4 Punkte)