7 VERSCHIEDENE ARTEN VON INTEGRALEN

Integrale sind (transunendliche) Summen von hyperreellen Zahlen. Solche Zahlen entstehen durch einfache Multiplikation oder durch Skalarprodukte.

REELLE INTEGRALE

Art des Integrals	Schreibweise	… auf Zettel	Klausurrelevant?
Bereichsintegral	$\int_B f(\vec{x})\, d\vec{x}\,, \qquad f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$	Nr. 10 + 11	JA
Kurven-/Wegintegral 1.Art (orientierungsunabhängig)	$\int_C f(\vec{x})\, ds\,, \qquad f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$		
Kurven-/Wegintegral 2. Art (orientierungsabhängig)	$\int_C \vec{f}(\vec{x})\, d\vec{x}\,, \qquad \vec{f}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$	Nr. 12	JA
Oberflächenintegral 1. Art (orientierungsunabhängig)	$\int_F f(\vec{x})\, d\sigma\,, \qquad f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$	Nr. 11	
Oberflächenintegral 2. Art (orientierungsabhängig)	$\int_F \vec{f}(\vec{x})\, d\vec{\sigma}\,, \qquad \vec{f}: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$		

AUSRECHNEN: WEGINTEGRALE

Erster Schritt ist Parametrisieren. Für den Parameter $t \in [0,1]$ läuft die Funktion $\vec{\gamma}(t)$ einmal die Kurve C ab. Man rechnet dann das Kurvenintegral als ein „einfaches“ 1-dimensionales Integral:

$$\int_C f(\vec{x})\, ds = \int_0^1 f\big(\vec{\gamma}(t)\big)\, |\dot{\vec{\gamma}}(t)|\, dt$$

$$\int_C \vec{f}(\vec{x})\, d\vec{x} = \int_0^1 \left\langle \vec{f}\big(\vec{\gamma}(t)\big), \dot{\vec{\gamma}}(t) \right\rangle dt$$

AUSRECHNEN: OBERFLÄCHENINTEGRALE

Erster Schritt ist Parametrisieren. Für die Parameter $t \in [0,1]$ und $s \in [0,1]$ läuft die Funktion $\vec{\gamma}(t,s)$ einmal die Fläche F ab. Man rechnet dann das Oberflächenintegral als ein Bereichsintegral über $B = [0,1]^2$:

$$\int_F f(\vec{x})\, d\sigma = \int_B f\big(\vec{\gamma}(t,s)\big)\, |\overrightarrow{\gamma_t} \times \overrightarrow{\gamma_s}|\, d(t,s)$$

$$\int_F \vec{f}(\vec{x})\, d\vec{\sigma} = \int_B \det\big(\vec{f}\big(\vec{\gamma}(t,s)\big), \overrightarrow{\gamma_t}, \overrightarrow{\gamma_s}\big)\, d(t,s)$$

KOMPLEXE INTEGRALE

Art des Integrals	Schreibweise	… auf Zettel	Klausurrelevant?
Bereichsintegral	$\int_B f(\vec{x})\, d\vec{x}\,, f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{C}$		f einfach nach Real- und Imaginärteil trennen und einzelne reelle Intergrale rechnen. Dann zusammenfügen.
Kurven-/Wegintegral 1.Art (orientierungsunabhängig)			
Kurven-/Wegintegral 2. Art (orientierungsabhängig)	$\int_C f(z)\, dz\,, f: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$	Mathe1 Nr. 10	(indirekt für Fourier-Transformation)
Oberflächenintegral 1. Art (orientierungsunabhängig)			
Oberflächenintegral 2. Art (orientierungsabhängig)			

AUSRECHNEN: WEGINTEGRALE

Erster Schritt ist Parametrisieren. Für den Parameter $t \in [0,1]$ läuft die Funktion $z(t)$ einmal die Kurve C ab. Das Produkt $f(z(t)) \cdot \dot{z}(t)$ ist jetzt als komplexe Multiplikation zu verstehen. Es ergibt also eine komplexe Zahl mit Real- und Imaginärteil. Für beide Teile rechnet man getrennt das 1-dimensionale „normale" Integral. Danach fügt man das Ergebnis wieder zu einer komplexen Zahl zusammen.

$$\int_C f(z)\,dz = \int_0^1 f\big(z(t)\big)\,\dot{z}(t)\,dt$$