

Unterschied zwischen Bild-Kern-Algorithmus und Gauß-Verfahren

Es kann sein, dass Sie den Gauß-Algorithmus zum Lösen linearer Gleichungssysteme $Ax=b$ kennen. Sie haben gelernt, dass man in diesem Verfahren, die Koeffizientenmatrix A und auch die rechte Seite b mittels Zeilenumformungen transformiert.

In der Vorlesung stelle ich die alternative Möglichkeit vor, Gleichungssysteme über den Bild-Kern-Algorithmus zu lösen. Hierbei macht man Spaltenumformungen an A , verändert jedoch die Einträge in b nicht. Wie ist das möglich?

Die Theorie hinter dem Bild-Kern-Algorithmus ist folgende: Anstatt die Gleichungen $Ax=b$ zu lösen, substituiert man die Variablen x durch neue Variablen y , für die die Beziehung $Ry=x$ gilt, mit einer geschickt gewählten Matrix R . Eingesetzt in das lineare Gleichungssystem ergibt sich also: $ARy=b$. Nun gestaltet man die Matrix R so, dass die Matrix AR eine möglichst einfache Gestalt (z.B. „Stufenform“) erhält. Da A von rechts mit R multipliziert wird, entspricht diese Multiplikation einer Umformung von Spalten von A . Dann löst man $ARy=b$ nach y auf und muss nur noch $x=Ry$ rechnen.

Beim Gauß-Algorithmus ist die Theorie so: Anstatt das Gleichungssystem $Ax=b$ zu lösen, multipliziert man diese Gleichungen auf beiden Seiten von Links mit einer geschickt gewählten Matrix L . Man löst also stattdessen $LAx=Lb$. Die Multiplikation von links bedeutet, dass man an A und an b Zeilenumformungen vornimmt, bis LA eine möglichst einfache Gestalt (z.B. „Stufenform“) hat. Dann muss man nur noch $LAx=Lb$ lösen, um x zu erhalten.