

## Definitionen-Zettel Nr. 9

---

### Lernziel: Das Eliminationsverfahren nach Gauß.

---

Um ein lineares Gleichungssystem zu lösen, wird dieses zunächst auf Dreiecksgestalt gebracht (**Vorwärtselimination**).

Ein Beispiel:

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y + z & = & 9 \\ -4x + 6y + 2z & = & 0 \\ x + y + z & = & 3 \end{array}$$

Zunächst wird in der zweiten und dritten Gleichung die x-Variable eliminiert, indem ein entsprechendes Vielfaches der ersten Gleichung zu den beiden anderen Gleichungen addiert wird (das Zweifache der ersten Gleichung zur zweiten; das minus 0.5-fache der ersten Gleichung zur dritten). Das sieht dann so aus

$$\begin{array}{rcl} 2x - 3y + z & = & 9 \\ 0x + 0y + 4z & = & 18 \\ 0x + 2.5y + 0.5z & = & -1.5 \end{array}$$

Dabei kann es vorkommen, dass man (zufällig) neben der x-Variablen auch y- oder z-Variablen aus anderen Gleichungen eliminiert hat. In diesem Fall kann man durch (**Pivoting**) Vertauschen der Reihenfolge der Gleichungen oder der Variablen den Vorfaktor von der zweiten Variablen in der zweiten Gleichung maximieren (in dem Beispiel müsste man -streng genommen- die y- und z-Variable vertauschen, auch wenn es schlauer wäre, die letzten beiden Gleichungen miteinander zu tauschen).

$$\begin{array}{rcl} 2x + z - 3y & = & 9 \\ 0x + 4z + 0y & = & 18 \\ 0x + 0.5z + 2.5y & = & -1.5 \end{array}$$

Jetzt wird aus der dritten Gleichung die zweite Variable eliminiert, indem man wieder ein entsprechendes Vielfaches der zweiten Gleichung zur dritten addiert (hier das minus 1/8-fache).

$$\begin{array}{rcl} 2x + z - 3y & = & 9 \\ 0x + 4z + 0y & = & 18 \\ 0x + 0z + 2.5y & = & -3.75 \end{array}$$

Hat man das Gleichungssystem auf Dreiecksgestalt gebracht, dann kann man die letzte Gleichung leicht lösen. Es beginnt das **Rückwärtslösen** des Systems (Aus der letzten Gleichung erhält man  $y=-1.5$ , aus der zweiten Gleichung  $z=4.5$  und schließlich aus der ersten Gleichung -durch Einsetzen der bekannten Werte-  $x=0$ ).