

Hausaufgabe 7: „Unendlichkeit I“

In der Vorlesung zum Thema „Unendlichkeit“ haben Sie einen Einblick darüber erhalten, dass Mathematiker*innen über Jahrhunderte hinweg mit dem Begriff des Unendlichen gerungen haben und mit den angeblichen Widersprüchen („Paradoxien“), die sich aus dem Umgang mit unendlichen Objekten ergeben. In dieser Hausaufgabe soll das Thema „Unendlichkeit“ erneut (und auf andere Art) aufgenommen und durch die Bearbeitung folgender Fragen/Aspekte von Ihnen vertieft werden.

Aufgabe 1:

David Hilberts drittes Problem fragt nach dem Volumen eines regulären Tetraeders. Bearbeiten Sie hierzu folgende Fragen:

- Welche Bedeutung hatten die Formulierungen von Hilberts Problemen für die Mathematik, wo und wann wurden diese von ihm „bekannt gemacht“? Recherchieren Sie für zwei beliebige Probleme (ausgenommen das erwähnte dritte Problem), wann und von wem diese gelöst wurden.
- Wenden Sie sich nun dem dritten Problem zu. Recherchieren und dokumentieren Sie zunächst (unter Angaben der korrekten Zitation) den originalen Wortlaut. Beantworten Sie anschließend folgende Fragen und begründen Sie dabei auch Ihre Antworten:
 - a) Wie kann man die Fläche des Dreiecks durch das Zerlegen in endlich viele Dreiecke und Zusammensetzen zu einem flächengleichen Rechteck bestimmen?
 - b) Ist das auch für ein flächengleiches Quadrat möglich?
 - c) Ist es möglich, das Volumen eines Tetraeders durch Zerlegen in endlich viele kleinere Tetraeder und Zusammensetzen eines volumengleichen Würfels zu bestimmen?
- Hilbert hielt das dritte Problem übrigens für besonders schwer, aber es wurde schon 1902 gelöst. Von wem wurde es gelöst und wie (Nennen Sie den Namen und skizzieren Sie kurz den Ansatz)?



David Hilbert (1862 - 1943)

Aufgabe 2:

Sie wissen, dass die Ableitung der Sinusfunktion die Kosinusfunktion ergibt. Mathematisch ausgedrückt $\sin'(x)=\cos(x)$. Dieses Youtube-Video erklärt, warum das so ist:

<https://www.youtube.com/watch?v=FeCNIXoPF5M>

Dabei wird ein Begründungsstil benutzt, den bereits Leibniz oder Newton verwenden konnten, ohne z.B. zu erklären, wie die Reihenentwicklung dieser Funktionen aussieht. Erklären Sie auf ähnliche Weise, warum die Ableitung der Kosinusfunktion die negative Sinusfunktion ergibt. Sie können sich dabei auch an dem Text zu der Abbildung 7 aus dem folgenden didaktischen Artikel orientieren:

<https://ojs.didaktik-der-mathematik.de/index.php/mgdm/article/download/79/68>

Rahmenbedingungen:

Umfang: Keine explizite Vorgabe

Abgabe: Als PDF-Datei im Whiteboard hochladen.

Abgabefrist: 08.12.2021; 12.00 Uhr

Zu beachten: Ihr Name muss auf allen Seiten lesbar sein (z.B. in Kopfzeile integrieren).