# Übungsblatt/Hausaufgabe 12: Anwendung in den Naturwissenschaften

Möchte man einen 2-dim. Vektor $v$ in der Ebene um einen Winkel $\alpha \in [0, 2\pi]$ am Ursprung drehen, so kann man diese lineare Abbildung durch eine Matrixmultiplikation ausdrücken $R_\alpha v$. Die entsprechende Rotationsmatrix, die diese Drehung ausführt, lautet:

$$R_\alpha = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

a) Ein Dreieck habe die Ecken $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, b = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}, c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Wie lauten die Koordinaten der Ecken, wenn man das Dreieck um $\alpha = \frac{\pi}{3}$ am Ursprung dreht?

b) Gibt es symmetrische Rotationsmatrizen?

c) Zeigen Sie, dass die Rotationsmatrix orthogonal ist (das ist gleichbedeutend damit, dass es sich bei der Rotation um eine „Isometrie" handelt). Dazu muss man zeigen, dass

$$\begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Lesen Sie also nach, wie man zwei Matrizen miteinander multipliziert. Außerdem müssen Sie das folgende mathematische Resultat verwenden: "sin²+cos²=1"

---

**Rahmenbedingungen:**

| | |
|---|---|
| Umfang: | Keine explizite Vorgabe |
| Abgabe: | Als PDF-Datei im Whiteboard hochladen. |
| Abgabefrist: | 26.01.2022; 12.00 Uhr |
| Zu beachten: | Ihr Name muss auf allen Seiten lesbar sein (z.B. in Kopfzeile integrieren). |