

Zweite Teilklausur 22.7.2016 08:15 bis 09:45

Allgemeine Hinweise zur Klausur:

1. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
2. Bitte trennen Sie die Lösungsblätter von den "Schmierzetteln" und geben Sie nur die *jeweils(!)* unterschriebenen Lösungsblätter ab, die in die Bewertung eingehen sollen. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen UND Ihrer Matrikelnummer.
3. Die Klausur besteht aus vier Aufgaben. Überprüfen Sie bitte sofort, ob alle Aufgabentexte vorhanden sind.
4. Die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl beträgt 100 Punkte. Die jeweils mit einer Aufgabe maximal erreichbare Punktzahl ist auf dieser Seite unten angegeben.
5. Bitte verwenden Sie KEINE Abkürzungen!
6. Nicht eindeutig erkennbare Antworten werden als nicht vorhanden gewertet.
7. Die Verwendung von Hilfsmitteln ist nicht zulässig. Dies gilt insbesondere für Taschenrechner und eigenes Schreibpapier (Sie erhalten von uns Papier).
8. Der Termin zur Einsicht in die Beurteilung der Klausuren wird noch bekannt gegeben. Einsprüche gegen die Bewertung der Klausuren werden nur zu diesem Termin entgegengenommen. Die korrigierten Klausuren werden von der FU einbehalten und nicht zurückgegeben.

Bewertung (vom Dozenten auszufüllen):

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Maximal erreichbare Punkte	30	15	30	25	100
Erreichte Punktzahl					

Resultierende Benotung der Klausur: _____

Bekanntgabe der Noten:

Es kann, wenn Sie es wünschen, die Benotung Ihrer Klausur (voraussichtlich ab Ende August) im Internet ungesichert veröffentlicht werden.

Entweder

- ☐ Ich wünsche eine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet
- ☐ unter meiner Matrikelnummer
- ☐ unter folgendem Kürzel: _____

oder sonst gilt der „Normalfall“

- ☐ Ich wünsche keine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet. Die Bewertung der Klausur kann bei der Nachbesprechung erfahren werden.

Name:**Matrikelnummer:****Unterschrift:**

Aufgabe 1: (Uneigentliches Integral, Residuensatz, 30 Punkte)

Gegeben sei folgende Funktion:

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x + 2}.$$

a) Bestimmen Sie die Polstellen von f ! Welche Polstelle liegt in der oberen komplexen Halbebene? Hinweis: Nutzen Sie die p-q-Formel, um die Nullstellen des Nenners zu berechnen.

b) Schreiben Sie den Nenner von f als Produkt von zwei Linearfaktoren.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Grenzwertformel das Residuum

$$\operatorname{res}_{(1+i)} f.$$

d) Berechnen Sie den Wert des uneigentlichen Integrals

$$\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx,$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 2: (Implizite Funktionen, 15 Punkte)

Gegeben sei die Gleichung

$$e^y - x^2 y = 0,$$

die eine implizite Darstellung einer Funktion $y(x)$ sei.

a) Bilden Sie mit Hilfe des Satzes über implizite Funktionen die Ableitung $y'(x)$. Hinweis: Sie dürfen die Ableitung auch als implizite Funktion schreiben.

b) Die obige Gleichung stellt die Höhenlinie einer 2-dimensionalen Funktion dar. An welchem Punkt (x_0, y_0) auf dieser Höhenlinie ist die implizite Ableitung nicht definiert? (Hinweis: Stellen Sie zwei Gleichungen --für die Höhenlinie und für die partielle Ableitung-- auf und finden Sie die Lösung)

Aufgabe 3: (Potenzreihenansatz, 30 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$2f'' - xf' + f = 0$$

mit den Anfangsbedingungen $f(0) = 1$, $f'(0) = 1$.

- a)** Machen Sie den Ansatz $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ und bestimmen Sie daraus die Potenzreihen für xf' und f'' .
- b)** Bestimmen Sie aus den Anfangsbedingungen der Differentialgleichung die Werte für a_0 und a_1 . (Tipp: Taylor-Formel)
- c)** Führen Sie eine Indexverschiebung durch, so dass alle Potenzreihen in Teil a) mit $n = 0$ beginnen und jeweils x^n als Potenz besitzen.
- d)** Schreiben Sie eine Rekursionsformel auf, die zeigt, wie man a_{n+2} erhält, wenn a_n gegeben ist. Rechnen Sie mit Hilfe dieser Formel a_2 und a_3 aus.

Aufgabe 4: (Exakte Differentialgleichungen, 25 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$\left(1 - \frac{y}{x}\right) dx - dy = 0.$$

- a)** Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist.
- b)** Multiplizieren Sie die Gleichung mit $2x$ und zeigen Sie, dass die so entstandene Gleichung exakt ist.
- c)** Lösen Sie die exakte Differentialgleichung aus Teil b).

Viel Erfolg!