

Zweite Teilklausur 29.9.2016 15:30 bis 17:00

Allgemeine Hinweise zur Klausur:

1. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
2. Bitte trennen Sie die Lösungsblätter von den "Schmierzetteln" und geben Sie nur die *jeweils(!)* unterschriebenen Lösungsblätter ab, die in die Bewertung eingehen sollen. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen UND Ihrer Matrikelnummer.
3. Die Klausur besteht aus vier Aufgaben. Überprüfen Sie bitte sofort, ob alle Aufgabentexte vorhanden sind.
4. Die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl beträgt 100 Punkte. Die jeweils mit einer Aufgabe maximal erreichbare Punktzahl ist auf dieser Seite unten angegeben.
5. Verwenden Sie KEINE Abkürzungen! Geben Sie bei jeder Aufgabe den genauen Lösungsweg an.
6. Lösungen ohne Lösungsweg und nicht eindeutig erkennbare Antworten werden als nicht vorhanden gewertet.
7. Die Verwendung von Hilfsmitteln ist nicht zulässig. Dies gilt insbesondere für Taschenrechner und eigenes Schreibpapier (Sie erhalten von uns Papier).
8. Der Termin zur Einsicht in die Beurteilung der Klausuren wird noch bekannt gegeben. Einsprüche gegen die Bewertung der Klausuren werden nur zu diesem Termin entgegengenommen. Die korrigierten Klausuren werden von der FU einbehalten und nicht zurückgegeben.

Bewertung (vom Dozenten auszufüllen):

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Maximal erreichbare Punkte	30	30	15	25	100
Erreichte Punktzahl					

Bekanntgabe der Noten:

Es kann, wenn Sie es wünschen, die Benotung Ihrer Klausur (voraussichtlich ab Mitte Oktober) im Internet ungesichert veröffentlicht werden.

Entweder

- ☐ Ich wünsche eine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet
- ☐ unter meiner Matrikelnummer
- ☐ unter folgendem Kürzel: _____

oder sonst gilt der „Normalfall“

- ☐ Ich wünsche keine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet. Die Bewertung der Klausur kann bei der Nachbesprechung erfahren werden.

Name:**Matrikelnummer:****Unterschrift:**

Aufgabe 1: (Uneigentliches Integral, Residuensatz, 30 Punkte)

Gegeben sei folgende Funktion:

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x^2 + 1)^2}.$$

a) Bestimmen Sie die Polstellen von f ! Welche Polstelle liegt in der oberen komplexen Halbebene?

b) Schreiben Sie den Nenner von f als Produkt von Linearfaktoren.

c) Bestimmen Sie mit Hilfe der Grenzwertformel das Residuum

$$\operatorname{res}_i f.$$

d) Berechnen Sie den Wert des uneigentlichen Integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx,$$

mit Hilfe des Residuensatzes.

Aufgabe 2: (Potenzreihenansatz, 30 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$f'' + kf = 0$$

mit den Anfangsbedingungen $f(0) = 0$, $f'(0) = k$ und einer positiven reellen Zahl k .

a) Machen Sie den Ansatz $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ und bestimmen Sie daraus die Potenzreihen für f' und f'' .

b) Bestimmen Sie aus den Anfangsbedingungen der Differentialgleichung die Werte für a_0 und a_1 . (Tipp: Taylor-Formel)

c) Schreiben Sie eine Rekursionsformel auf, die zeigt, wie man a_{n+2} erhält, wenn a_n und a_{n+1} gegeben sind. Rechnen Sie mit Hilfe dieser Formel a_2 und a_3 aus.

Aufgabe 3: (Konvergenzradius, 15 Punkte)

Gegeben sei die Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}.$$

- a) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Reihe! Geben Sie den Rechenweg an.
- b) Konvergiert die Reihe für die komplexe Zahl $x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$? Begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 4: (Exakte Differentialgleichungen, 25 Punkte)

Gegeben sei die Differentialgleichung

$$(2x + e^{-y}) dx + x^2 dy = 0.$$

- a) Zeigen Sie, dass diese Differentialgleichung nicht exakt ist.
- b) Multiplizieren Sie die Gleichung mit e^y und zeigen Sie, dass die so entstandene Gleichung exakt ist.
- c) Lösen Sie die exakte Differentialgleichung aus Teil b).

Viel Erfolg!