

## Erste Teilklausur 29.9.2016 14:00 bis 15:30

---

### Allgemeine Hinweise zur Klausur:

1. Die Bearbeitungszeit beträgt 90 Minuten.
2. Bitte trennen Sie die Lösungsblätter von den "Schmierzetteln" und geben Sie nur die *jeweils(!)* unterschriebenen Lösungsblätter ab, die in die Bewertung eingehen sollen. Versehen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen UND Ihrer Matrikelnummer.
3. Die Klausur besteht aus vier Aufgaben. Überprüfen Sie bitte sofort, ob alle Aufgabentexte vorhanden sind.
4. Die maximal erreichbare Gesamtpunktzahl beträgt 100 Punkte. Die jeweils mit einer Aufgabe maximal erreichbare Punktzahl ist auf dieser Seite unten angegeben.
5. Verwenden Sie KEINE Abkürzungen! Geben Sie bei jeder Aufgabe den genauen Lösungsweg an.
6. Lösungen ohne Lösungsweg und nicht eindeutig erkennbare Antworten werden als nicht vorhanden gewertet.
7. Die Verwendung von Hilfsmitteln ist nicht zulässig. Dies gilt insbesondere für Taschenrechner und eigenes Schreibpapier (Sie erhalten von uns Papier).
8. Der Termin zur Einsicht in die Beurteilung der Klausuren wird noch bekannt gegeben. Einsprüche gegen die Bewertung der Klausuren werden nur zu diesem Termin entgegengenommen. Die korrigierten Klausuren werden von der FU einbehalten und nicht zurückgegeben.

### Bewertung (vom Dozenten auszufüllen):

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Maximal erreichbare Punkte	25	25	30	20	100
Erreichte Punktzahl					

**Bekanntgabe der Noten:**

Es kann, wenn Sie es wünschen, die Benotung Ihrer Klausur (voraussichtlich ab Mitte Oktober) im Internet ungesichert veröffentlicht werden.

**Entweder**

- ☐ Ich wünsche eine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet
- ☐ unter meiner Matrikelnummer
- ☐ unter folgendem Kürzel: \_\_\_\_\_

**oder sonst gilt der „Normalfall“**

- ☐ Ich wünsche keine ungesicherte Veröffentlichung meiner Note im Internet. Die Bewertung der Klausur kann bei der Nachbesprechung erfahren werden.

**Name:****Matrikelnummer:****Unterschrift:**

### Aufgabe 1: (Komplexe Zahlen und ebene Geometrie, 25 Punkte)

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass ein Dreieck mit den Ecken  $a, b, c \in \mathbb{C}$  (die Ecken müssen im mathematisch positiven Sinn  $a \rightarrow b \rightarrow c$  sortiert sein) genau dann gleichseitig ist, wenn gilt

$$a + b \cdot \omega + c \cdot \omega^2 = 0,$$

wobei  $\omega = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ .

**a)** Seien zwei Ecken eines gleichseitigen Dreiecks gegeben:  $a = 0$ ,  $b = i$ . Wie lautet die dritte Ecke  $c$  in kartesischer Darstellung  $c = x + iy$ ? Geben Sie den Rechenweg an! (Ecken sind im mathematisch positiven Sinn sortiert)

**b)** Ein Dreieck mit den Ecken  $a = 1$ ,  $b = 1 + i$  und  $c = -1$  soll um  $90^\circ$  am Ursprung gedreht werden. Welche komplexen Zahlen entsprechen den Eckpunkten des gedrehten Dreiecks? Begründen Sie Ihre Antwort unter Verwendung der Begriffe "Argument" und "Betrag".

### Aufgabe 2: (Newton-Verfahren, 25 Punkte)

Folgende Gleichung soll (numerisch) gelöst werden:

$$\sin(x) + (x + 0.5)^2 \cos(x) = 0.$$

Zur Lösung dieser Aufgabe soll das Newton-Verfahren verwendet werden, um eine Nullstelle der Funktion  $f(x) = \sin(x) + (x + 0.5)^2 \cos(x)$  zu bestimmen.

**a)** Bestimmen Sie die Ableitung  $f'(x)$ !

**b)** Schreiben Sie die Newton-Rekursionsformel für die spezielle Wahl von  $f(x)$  auf und führen Sie einen Schritt des Newton-Verfahrens für den Startwert  $x_0 = 0$  durch. Welchen Wert hat  $x_1$ ?

**Aufgabe 3: (Partielle Integration, Substitution, 30 Punkte)**

**a)** Ermitteln Sie mit Hilfe der partiellen Integration die Stammfunktionen

$$\int x^2 \sin(x) dx.$$

**b)** Ermitteln Sie mit Hilfe von Substitution  $t = x^2$  die Stammfunktionen

$$\int 2x \cos(x^2) dx.$$

**Aufgabe 4: (Regel von De L'Hospital, Grenzwertgesetze, 20 Punkte)**

Es sollen folgende Grenzwerte gebildet werden:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x) (x^2 - 1)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{2x^2 - 1}$$

**a)** Geben Sie bei jedem Grenzwert an, ob die Regel von De L'Hospital angewendet werden kann. Begründen Sie dabei jeweils Ihre Antworten.

**b)** Berechnen Sie die Grenzwerte!

**Viel Erfolg!**