Klausurvorbereitung:

Am 11.2. wird es eine Fragestunde zu den Formalien, der Bewertung und den Erfordernissen für die Klausur geben. Ich werde davon ausgehen, dass Sie sich bis dahin diesen Zettel gut durchgelesen haben und auch schon durch die bisherigen Übungszettel und durch die kommenden auf die Klausurthemen vorbereitet haben. Schon mal vorab: Taschenrechner werden nicht erlaubt sein. Sie bringen einen Lichtbildausweis und Ihren Studierendenausweis mit zur Klausur. In der Klausur dürfen Sie lediglich zwei beidseitig beschriebene Handzettel (keine Kopien) als Formelsammlung mitnehmen. Schreibpapier wird Ihnen gestellt.

Die Klausur wird acht Aufgaben umfassen, die Sie in drei Zeitstunden lösen sollen. Ich werde keine fehlerbasierte Bewertung der Aufgaben vornehmen, sondern eine kompetenzbasierte. Das heißt, dass ich mit Hilfe Ihrer abgegebenen Lösungen entscheiden muss, ob Sie sich bestimmte (von mir vorher überlegte) Kompetenzen in der Vorlesung angeeignet haben und dafür werde ich dann jeweils Pluspunkte geben. Geben Sie also ausführliche Lösungswege an!

Die groben Kompetenzfelder hatte ich als "Lernziel" auf den Übungszetteln bereits vermerkt.

Aus folgenden 10 Bereichen werde ich 8 Aufgaben zusammenstellen (Sie kennen noch nicht alle diese Bereiche):

1) Eigenschaften von Matrizen: Sie können benennen, ob eine Matrix orthogonal, unitär, symmetrisch und/oder hermitesch ist. Sie kennen die geometrische Bedeutung dieser Begriffe: volumenerhaltend, winkeltreu, längentreu.... Sie kennen die Bedeutung der Eigenwerte und Eigenvektoren von Matrizen. Sie kennen die geometrische Bedeutung der Determinante (volumentreu, orientierungserhaltend, orientierungsumkehrend) einer Matrix und können diese für 2x2- oder 3x3-dimensionale Matrizen berechnen. Sie kennen die geometrische und algebraische Definition von Skalarprodukt und Kreuzprodukt.

2) Lineare Gleichungssysteme: Sie können mit Hilfe des Bild-Kern-Algorithmus die allgemeine Lösung eines linearen Gleichungssystems ausrechnen. Sie kennen die Begriffe "Bild" und "Kern" einer Matrix und können diese anhand des Bild-Kern-Algorithmus berechnen. Um die stöchiometrischen Koeffizienten einer Reaktionsgleichung zu finden, können Sie ein entsprechendes lineares Gleichungssystem formulieren. Sie wissen, unter welchen Bedingungen lineare Gleichungssysteme (eindeutig) lösbar sind.

3) Mehrdimensionale Determinanten: Sie können den Wert einer mehrdimensionalen Determinante anhand von Spaltenumformungen berechnen. Die Determinante darf dabei von einem Parameter abhängen.

4) Orthonormalsysteme (ONS): Sie wissen, wie man für Vektoren (und Funktionen) und gegebene Skalarprodukte bestimmt, ob diese paarweise orthogonal zueinander stehen und auf Länge 1 normiert sind. Sie können mit dem Gram-Schmidt-Verfahren ONS für Vektoren und für Funktionen erzeugen. Sie wissen, wie man für ein gegebenes ONS von Vektoren die Projektionsmatrix ausrechnet, die auf dieses ONS projiziert (und was das geometrisch bedeutet).

5) Diagonalisierbarkeit von Matrizen: Sie können das charakteristische Polynom für 2x2- und 3x3-Matrizen ausrechnen. Sie können Nullstellen dieses Polynoms (Eigenwerte) und deren algebraische Vielfachheit bestimmen. Sie können die zu den einzelnen Eigenwerten gehörigen Eigenvektoren bestimmen (Bild-Kern-Algorithmus) und kennen die Bedeutung des Begriffs "geometrische Vielfachheit". Aufgrund der beiden Vielfachheiten können Sie entscheiden, ob eine gegebene Matrix diagonalisierbar ist.

6) Kurvendiskussion in R²: Sie können den Gradient und die Hessematrix von 2-dimensionalen Funktionen ausrechnen. Sie können sämtliche kritische Punkte als Nullstellen des Gradienten bestimmen und anhand der Eigenwerte der Hessematrix (ausgewertet an diesen kritischen Punkten) charakterisieren, ob es sich um Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt. Sie wissen, was die Sattelpunktordnung ist.

7) Kurvenintegral 2. Ordnung: Sie kennen die Bedingung für die Lösbarkeit von exakten Differentialgleichungen und können exakte Differntialgleichungen lösen. Für zweidimensionale Kurvenintegrale der Form (mit gegebener Kurve C)

$$\int_C f_1(x_1, x_2)dx_1 + f_2(x_1, x_2)dx_2$$

können Sie somit die Potentialfunktion und damit den Wert des Integrals ausrechnen.

8) Koordinatentransformation: In einem Bereichsintegral können Sie bei gegebener Vorschrift für die Koordinatentransformation auf andere Koordinaten (z.B. Kugel- oder Zylinderkoordinaten) die Determinante der Jacobi-Matrix der Transformation bestimmen. Mit Hilfe dieser Determinante können Sie das (transformierte) Bereichsintegral ausrechnen. Sie wissen, wie man bei der Berechnung von Bereichsintegralen mit Normalgebieten verfährt.

9) Fouriertransformation: Sie kennen die Definition der Fouriertransformation (und der Rücktransformation). Einfache Zusammenhänge der Fouriertransformation in Bezug auf partielle Ableitungen können Sie herleiten. Einfache Fouriertransformationen können Sie ausrechnen.

10) Homogene lineare Differentialgleichungssysteme: Sie wissen, welcher Zusammenhang zwischen Eigenwerten-/vektoren von A und der Lösung von homogenen linearen Differentialgleichungssystemen erster und zweiter Ordnung $(\text{d. h.}\, \dot{x} = Ax \,\text{bzw.}\, \ddot{x} = Ax)$ besteht. Mit Hilfe diesen Zusammenhangs können Sie solche Differentialgleichungssysteme (allgemein) lösen. Dabei werden wir nur den Fall behandeln, dass A diagonalisierbar ist. Für nicht-diagonalisierbare Matrizen, wissen Sie zumindest im Prinzip, wie man hier vorzugehen hat.