

Aufgabe 1:

$$\begin{array}{r} \text{a) } x^3 - 2x + 5 = (x^2 + 1) \cdot x - 3x + 5 \\ - (x^3 + x) \\ \hline \quad - 3x + 5 \\ \hline \end{array}$$

b) bei \mathbb{Z} : "kleiner" heißt: "vom Betrag her kleiner"

bei $\mathbb{Q}[X]$: "kleiner" heißt: "von geringeren Grad" ($g(x^1) < g(x^2)$)

Aufgabe 2:

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x^3 + x^2 - x - 1) \cdot 1 - 3x^2 + 3 \\ - (x^3 + x^2 - x - 1) \\ \hline \quad - 3x^2 + 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} x^3 + x^2 - x - 1 = (-3x^2 + 3) \left(-\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \right) + 0 \\ - (x^3 - x) \\ \hline \quad x^2 - 1 \\ - (x^2 - 1) \\ \hline \quad 0 \\ \hline \end{array}$$

$$\Rightarrow \text{ggT}(x^3 - 2x^2 - x + 2, x^3 + x^2 - x - 1) = -3(x^2 - 1)$$

↙ ggt ... -3 wurde gekürzt

$$\frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 + x^2 - x - 1} = \frac{(x^2 - 1) \cdot ?}{(x^2 - 1) \cdot (x + 1)} \leftarrow \text{aus letzter Divisionsaufgabe}$$

$$\begin{array}{r} x^3 - 2x^2 - x + 2 = (x^2 - 1) \cdot (x - 2) \\ -(x^3 \quad - x) \\ \hline \quad -2x^2 + 2 \\ \quad -(-2x^2 + 2) \\ \hline \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\Rightarrow \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x^3 + x^2 - x - 1} = \frac{(x^2 - 1) \cdot (x - 2)}{(x^2 - 1) \cdot (x + 1)} = \frac{x - 2}{x + 1}$$

Aufgabe 3: a) $(x^2 - 1) = (x + 1)(x - 1)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^3 - 2x - x + 2 &= (x + 1) \cdot (x - 1) \cdot (x - 2) \\ x^3 + x^2 - x - 1 &= (x + 1)^2 \cdot (x - 1) \end{aligned}$$

b) $x^3 - 2x^2 + x - 2$

	1	-2	1	-2
$x_1 = +2$		+2	0	2
	1	0	1	<u>0</u>

$$\Rightarrow x^3 - 2x^2 + x - 2 = (x - 2) \cdot (x^2 + 1)$$

keine Nullstellen in \mathbb{R} oder \mathbb{Q}

(geht nur in \mathbb{C} $\rightarrow = (x - 2)(x + i)(x - i)$)

c) Nullstellen von $x^2 - 2x - 2$ nach
p,q-Formel

$$x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1 + 2}$$

$$= 1 \pm \sqrt{3} \quad \text{nicht in } \mathbb{Q}, \\ \text{sondern in } \mathbb{R}$$

$$x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3}) \cdot (x - 1 + \sqrt{3}) \\ = (x - 1 - \sqrt{3}) (x - 1 + \sqrt{3})$$