

Klausurwert sind Aufgaben 1 und 2

$$1) \int_B x^2 \cos(y) d(x,y) = \int_{-1}^1 \left[\int_0^{\pi/2} x^2 \cos(y) dy \right] dx$$

x ist konstant
nach y integrieren und dabei
eliminieren

$$= \int_{-1}^1 [x^2 \sin(y)]_{y=0}^{y=\pi/2} dx = \int_{-1}^1 x^2 dx = \left[\frac{1}{3} x^3 \right]_{x=-1}^{x=1} = \frac{2}{3}$$

2) b) + c)

$$\int_K 1 d(x,y,z) = \int_0^1 \int_{-z}^z \left[\int_{-\sqrt{z^2-x^2}}^{\sqrt{z^2-x^2}} 1 dy \right] dx dz$$

hier wird y eliminiert
Integralgrenzen dürfen von
 z und x abhängen

$$= \int_0^1 \left[\int_{-z}^z 2\sqrt{z^2-x^2} dx \right] dz = \int_0^1 \left[x\sqrt{z^2-x^2} + z^2 \arcsin\left(\frac{x}{z}\right) \right]_{x=-z}^{x=z} dz$$

hier wird x eliminiert,
Integralgrenzen dürfen von
 z abhängen

$$= \int_0^1 \left(\underset{\uparrow \frac{\pi}{2}}{0 + z^2 \arcsin(1)} - \left(0 + z^2 \arcsin(-1) \right) \right) dz$$

$$= \int_0^1 \pi \cdot z^2 dz = \left[\frac{\pi}{3} z^3 \right]_{z=0}^{z=1} = \frac{\pi}{3}$$