

## Übungsaufgaben aus den ersten beiden Themenblöcken

---

**Lernziel: Stoff vertiefen. Bei Unklarheiten nachfragen.**

---

**Aufgabe 1:** Betrachten Sie  $f(x) := x^3 - 2$  einmal als Abbildung

- 1)  $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$  und einmal als Abbildung
- 2)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,

wobei  $\mathbb{Z}$  die Menge der ganzen Zahlen und  $\mathbb{R}$  die Menge der reellen Zahlen ist. Sind diese Abbildungen surjektiv, injektiv, bijektiv?

**Aufgabe 2:** Welche Ihnen bekannte Verknüpfungstafel gehört zu folgender binären Aussagenverknüpfung?

$$\overline{A \leftrightarrow (A \dot{\vee} B)}$$

**Aufgabe 3:** Stellen Sie folgende komplexen Zahlen in der Form  $a+ib$  dar:

a)  $(5 + 7i) \times (4 - 7i)$

b)  $(1 + i)^{-1}$

c)  $\frac{2+i}{1-i}$

Tipp: Division ist Multiplikation mit der Inversen. In der Vorlesung haben Sie gelernt, wie man die Inverse einer komplexen Zahl bildet.

**Aufgabe 4:** Beweisen Sie den Satz des Thales mit Hilfe des Skalarproduktes: „Der Winkel in einem Halbkreis ist ein rechter Winkel“ (Tipp: Zeigen Sie  $v^T w = 0$ , versuchen Sie zu verstehen, dass  $v = r + u$  und  $w = r - u$ ).

**Aufgabe 5:** Bestimmen Sie die Inverse der folgenden Matrix

$$\begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 & 1/2 \\ -1/2 & 1/2 & 1/2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

**Aufgabe 6: a)** Bestimmen Sie Bild und Kern der folgenden Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**b)** Bestimmen Sie die Lösung der Gleichung  $Ax=b$  mit  $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

**c)** Bestimmen Sie eine Näherungslösung von  $Ax=b$  mit  $b = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ .

**Aufgabe 7:** Gegeben sei folgende lineare Abbildung  $f: V \rightarrow V$  mit einem endlich-dimensionalen Vektorraum  $V$ . Zeigen Sie, dass  $f$  injektiv ist, genau dann wenn  $f$  surjektiv ist.