Der Satz von Schwarz besagt, dass man die Reihenfolge der zweiten gemischten partiellen Ableitungen vertauschen darf, wenn die zweiten Ableitungen stetige Funktionen sind.

Da Ableitungen als Grenzwerte definiert sind, besagt der Satz von Schwarz eigentlich (für geeignete Funktionen $f(x,y)$), dass:

$$\boxed{\lim_{\delta \to 0} \frac{\lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x_0+\varepsilon, y_0+\delta) - f(x_0, y_0+\delta)}{\varepsilon} - \lim\limits_{\varepsilon \to 0} \frac{f(x_0+\varepsilon, y_0) - f(x_0, y_0)}{\varepsilon}}{\delta}} = f_{xy}$$

$$\boxed{= \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\lim\limits_{\delta \to 0} \frac{f(x_0+\varepsilon, y_0+\delta) - f(x_0+\varepsilon, y_0)}{\delta} - \lim\limits_{\delta \to 0} \frac{f(x_0, y_0+\delta) - f(x_0, y_0)}{\delta}}{\varepsilon}} = f_{yx}$$

Die Vertauschbarkeit dieser Grenzwerte gilt nicht für die Funktion

$$f = \begin{cases} x \cdot y \cdot \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}, & \text{für } x \neq 0 \text{ oder } y \neq 0 \\ 0, & \text{für } x = 0 \text{ und } y = 0 \end{cases}$$

an der Stelle $x_0 = 0$, $y_0 = 0$.

Einmal kommt 1, einmal (-1) raus.