# Wissenswertes über komplexe Zahlen

## algebraisch

$i^2 = -1$ „imaginäre Einheit"

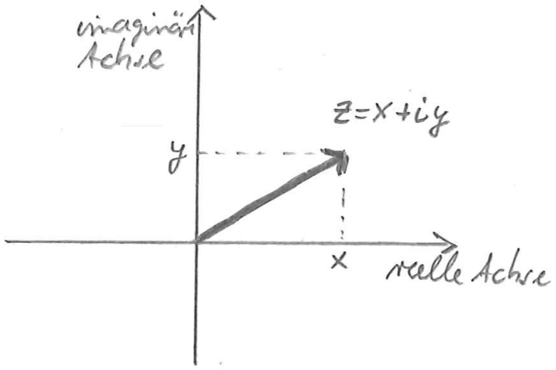
$\overline{x+iy} = x - iy$ „komplexe Konjugation"

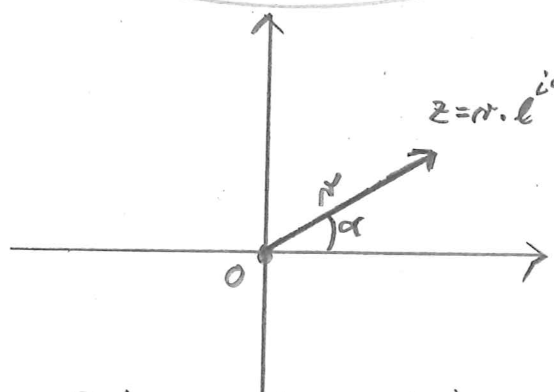
$|x+iy| = \sqrt{x^2+y^2}$ „Betrag einer komplexen Zahl $|z| = \sqrt{z\bar{z}}$"

$= \sqrt{(x+iy)\overline{(x+iy)}}$

## Zwei Darstellungsformen

kartesisch ⟵ z als Zeiger ⟶ in Polarkoordinaten




$x$ = Realteil von $z$

$y$ = Imaginärteil von $z$ (y ist eine reelle Zahl)

$r$ = Betrag von $z$ (r ist positiv)

$\alpha$ = Argument von $z$ in Radian (in der Chemie liegt $\alpha$ häufig im Intervall $[-\pi, \pi]$ statt im Intervall $[0, 2\pi]$)

## Umrechnung zwischen den Darstellungsformen

$$z = r \cdot e^{i\alpha} = \underbrace{r \cdot \cos\alpha}_{x} + i \cdot \underbrace{r \cdot \sin\alpha}_{y} = x + iy$$

$$z = x + iy = \underbrace{\sqrt{x^2+y^2}}_{r} \cdot e^{\overbrace{i\, \mathrm{acos}\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) \cdot \mathrm{sign}(y)}^{\alpha}} = r \cdot e^{i\alpha}$$

## geometrisch

I) Multiplikation mit $z = re^{i\alpha}$ bedeutet Rotation um $\alpha$ und Streckung um den Faktor $r$

II) Addition mit $z = x + iy$ bedeutet Translation um den Verschiebungspfeil $z = \binom{x}{y}$

III) komplexe Konjugation bedeutet ($z \to \bar{z}$) Spiegelung an der x-Achse

## Nützliche mathematische Tricks

$$\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{r \cdot e^{i\alpha}} \underset{\uparrow}{=} \sqrt[n]{r} \cdot e^{i\frac{2\pi k + \alpha}{n}} \qquad k = 1, \dots, n$$

aus geometr. Betrachtung I)

$$\frac{a+ib}{c+id} \underset{\uparrow}{=} \frac{(a+ib)(c-id)}{(c+id)(c-id)} \underset{\uparrow}{=} \frac{(a+ib)(c-id)}{c^2+d^2} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + i\,\frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$

Erweitern

3. Bionomische Formel

kann man auch verwenden, um das Inverse einer komplexen Zahl zu berechnen:

$$(a+ib)^{-1} = \frac{1}{a+ib} = \frac{a-ib}{(a+ib)(a-ib)} = \frac{a}{a^2+b^2} - i\,\frac{b}{a^2+b^2}$$

---

WICHTIG: Stellen Sie Ihren Taschenrechner auf „rad" (Radian) um, so dass $\sin(\pi) = 0$ !!!
Normalerweise steht Ihr Rechner im „deg"-Modus; das würde zu falschen Ergebnissen führen.