

Institut für Mathematik  
Freie Universität Berlin  
Dr. K. Fackeldey & Dr. M. Weiser

3. Übung zur Vorlesung  
**ANALYSIS II**  
SoSe 2012

**Abgabe: 03.05.2012, 14:00 Tutorenfächer**

*Selbsteinschätzung:* Bitte geben Sie zu jeder Aufgabe an, wie viele Punkte Sie Ihrer Meinung nach für die Lösung verdienen!

**1. Aufgabe** *Uneigentliches Integral* (4 Punkte)

Auf der Seite 6 im Kapitel 1.2 wird unter c) das uneigentliche Integral

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx = \lim_{a \rightarrow 0} \int_a^1 \frac{1}{\sqrt{x}} dx$$

berechnet. Stellen Sie sich nun vor, Sie sitzen vor einer Schulklasse und haben gerade die Lösung gemeinsam mit den Schülern erarbeitet.

- a) Skizzieren Sie kurz das Tafelbild, welches Sie dazu zeichnen würden.
- b) Der Schüler Fritzi Farbig, Sohn von Malermeister Farbig, hat die Skizze verstanden und fragt nun, wie es sein kann, dass man die Fläche (= 2) zwar mit endlich viel Farbe ausmalen kann, jedoch unendlich viel Farbe für den Stift braucht um die Umrandung zu malen. Beschreiben Sie kurz und bündig, wo Fritzis Denkfehler liegt.

**2. Aufgabe** *Rechnen* (6 Punkte)

Berechnen Sie folgende Integrale:

a)  $\int \frac{5x - 10}{x^2 - 3x - 4} dx$

b)  $\int \frac{dx}{x^2 + x - 2}$

c)  $\int_0^{\pi/8} \sin^5(2x) \cos(2x) dx$

d)  $\int_0^{\pi/4} \cos(\pi - x) dx$

**3. Aufgabe** *Gewöhnliche Differentialgleichungen* (2 Punkte)

Eine schwarze Stahlskulptur auf dem Schulhof wird von der Sonne beschienen. Der Wärmeeintrag  $P$  im Tagesverlauf ist sinusförmig:

$$P(t) = 1 - \cos(2\pi t/24h)$$

Die Wärmeabgabe an die Umgebung ist proportional zur Temperaturdifferenz zwischen Skulptur und der (interessanterweise konstanten) Lufttemperatur. Beim Aufstellen der Skulptur hat diese die gleiche Temperatur wie die Luft.

Modellieren Sie den Temperaturverlauf der Skulptur durch eine gewöhnliche Differentialgleichung und erläutern Sie kurz die Bedeutung auftretender Konstanten.