Institut für Mathematik
Freie Universität Berlin
Dr. K. Fackeldey & Dr. M. Weiser

9. Übung zur Vorlesung

Analysis II

SoSe 2012

Abgabe: 21.06.2012, 14:00 Tutorenfächer

1. Aufgabe *Multiindizes* (4 Punkte)
Als Multiindex bezeichnen wir $\alpha \in \mathbb{N}^d$ und schreiben $|\alpha| = \|\alpha\|_1 = \sum_{i=1}^d \alpha_i$.
Bestimmen Sie die Anzahl verschiedener Multiindizes mit

1. $|\alpha| \leq p$
2. $|\alpha| = p$

für alle $d, p \in \mathbb{N}$.

2. Aufgabe *...geht und geht auch nicht...* (6 Punkte)
Zeigen Sie,

a) dass bei der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \frac{x_1^2 x_2}{x_1^4 - x_2^2}, \quad x \neq (0,0), \quad f(0) := 0,$$

zwar alle Richtungsableitungen exisiteren, die Funktion jedoch nicht total differenzierbar ist.

b) dass die stetige Funktion $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \frac{x_1 x_2}{\sqrt{x_1^2 + x_2^2}}, \quad x \neq (0,0), \quad f(0) := 0$$

zwar partiell differenzierbar, jedoch nicht total differenzierbar ist.

3. Aufgabe *... bergauf...* (2 Punkte)
Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ durch

$$f(x_1, x_2, x_2) = (\sin(x_1 x_2))e^{-x_3^2}$$

gegeben. Bestimmen Sie nun die Richtung in der die Funktion am steilsten ansteigt, wenn man sich am Punkt $\hat{x} = (1, \pi, 0)$ befindet.

4. Aufgabe *verwirrende Abhängigkeiten...* (4 Punkte)
Berechnen Sie mit der **Kettenregel** die erste Ableitung von

a) $w(x) = g(y_1, y_2, y_3) = 5y_1^2 y_2^3 y_3^4$ mit $y_1 = x^2$, $y_2 = x^3$, $y_3 = x^5$.

b) $w(x) = g(y_1, y_2, y_3) = 5\cos(y_1 y_2) - \sin(y_1 y_3)$ mit $y_1 = 1/x$, $y_2 = x$, $y_3 = x^3$.